

MAT 0222 Álgebra Linear II

Lista 6

1. Prove que duas matrizes complexas 3×3 são semelhantes se, e somente se, têm o mesmo polinômio característico e o mesmo polinômio minimal. Dê um exemplo para mostrar que o mesmo resultado já não vale para matrizes 4×4 .
2. Classifique, a menos de semelhança, as matrizes reais 6×6 com polinômio minimal $(X - 1)^2(X + 1)(X - 2)$.

3. Determine quais das matrizes seguintes são semelhantes:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 13 & -16 & 2 & -1 \\ -9 & -13 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -8 & -6 & 0 \\ -1 & 5 & 3 & 0 \\ 2 & -8 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. Classifique, a menos de semelhança, todas as matrizes 6×6 nilpotentes.

5. Seja

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ache a forma de Jordan J de A e encontre uma matriz invertível P tal que $P^{-1}AP = J$.

6. Seja V um espaço vetorial de dimensão n , com $n \geq 2$ e seja T um operador linear em V de posto 2. Determine todas as possíveis formas de Jordan de T .
7. Seja $T : P_n(\mathbb{R}) \rightarrow P_n(\mathbb{R})$ o operador linear definido por $T(p(X)) = p(X + 1)$.
 - (a) Determine a forma de Jordan de T .
 - (b) Se $n = 4$, encontre uma base B de $P_n(\mathbb{R})$ tal que $[T]_B$ esteja na forma de Jordan.
8. Determine o número de matrizes não semelhantes A em $M_6(\mathbb{R})$ satisfazendo $(A - 2I_6)^3 = 0$.
9. Seja $T : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6$ um operador linear com polinômio característico $p_T(X) = (X - a)^3(X - b)^3$ e polinômio minimal $m_T(X) = (X - a)^2(X - b)$ e $a \neq b$. Ache a forma de Jordan de T .
10. Classifique, a menos de semelhança, todas as matrizes reais 7×7 com polinômio característico $p_T(X) = (X - 1)^4(X - 2)^2(X + 1)$.