2B

2. (1,5) a) Seja $N : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^7$ um operador linear nilpotente de posto igual a 4 e com índice de nilpotência igual a 5. Qual é a forma de Jordan de N? **Justifique.**

b) (1,5) Quais são todas as matrizes reais 7 x 7 não semelhantes com polinômio minimal $m_A(x) = (x+1)^2(x-1)^3$? **Justifique.**

c) (1,0)Considere a matriz real

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Qual é seu polinômio característico? E seu polinômio minimal? **Responda sem fazer contas! Justifique.**

(a) $7 = 5 + 2$
$7 = 5 + 1 + 1$

São 2 as possibilidades para operadores lineares nilpotentes com índice de nilpotência 5 em um espaço de dimensão 7. Como posto $N = 4$, pelo Teorema do Núcleo e da Imagem, dim Ker $N = 3$. Então, como $3 =$ número de blocos, o único sistema invariante possível é $(3, 5 \geq 1 \geq 1)$.
A matriz de N em alguma base de $\mathbb{R}^7$ é

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) e (c) Vejam as soluções da prova tipo A. São totalmente análogas!