

1.4) daí vem que $[T_1]_{B_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Se

B_2 é uma base de W_2 , então $[T]_{B_1} B = B_1 \cup B_2$ é a forma de Jordan de T .

$$J = [T]_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(c) $(A-I)^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ -2 & -4 & -8 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Vamos achar uma base de $W_1 = \text{Ker}(T-I)^2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ -2 & -4 & -8 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y + 4z \\ -2x - 4y - 8z \\ x + 2y + 4z \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ker}(T-I)^2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y + 4z = 0\}$$

Uma base B_1 de W_1 é

$$B_1 = \{(0, 0, 0, 1), (-2, 1, 0, 0), (-4, 0, 1, 0)\}$$

Para achar uma base em que T_1 está na forma de Jordan, precisamos primeiro encontrar qualquer vetor v em W_1 tal que $N_1 v \neq 0$, onde $N_1 = T_1 - I$. Testando.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \neq 0$$

Assim, tome $w_1 = (-2, 1, 0, 0)$, $N_1 w_1 = (2, -3, 1, 0)$ e complete $\{w_1, N_1 w_1\}$ com um vetor que está no $\text{Ker } N_1$ e é LI com $N_1 w_1$. Tome por exemplo, $(0, 0, 0, 1)$.

Assim $B'_1 = \{(-2, 1, 0, 0), (2, -3, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$ é uma base de W_1 na qual $[T_1]_{B'_1}$ está na forma de Jordan.

Tomo agora $B_2 = \{v\}$, onde v é um autovetor associado ao autovalor 2. Por exemplo $v = (1, -2, 0, 1)$. Assim uma matriz P

$$P = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$