

B) $V(0) = \langle (0, 2, -3, 1) \rangle$

Achar uma base de $V(1)$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \\ y-z-2t \\ z+2t \end{bmatrix}$$

$\therefore x = y = 0$ e $z = -2t$

$V(1) = \{ (0, 0, -2t, t), t \in \mathbb{R} \}$ e uma base de $V(1)$ é $\{ (0, 0, -2, 1) \}$

Achar agora uma base de $V(2)$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2y \\ y-2z-2t \\ z+t \end{bmatrix}$$

$A - 2I$

$y = 0$ e $z =$

$V(2) = \{ (x, 0, -t, t), x, t \in \mathbb{R} \}$

$V(2) = \{ x(1, 0, 0, 0) + t(0, 0, -1, 1), x, t \in \mathbb{R} \}$

Uma base de $V(2)$ é portanto $\{ (1, 0, 0, 0), (0, 0, -1, 1) \}$

É claro que $\{ m_A(0) = m_f(0) \}$ e provamos que $m_A(2) = m_f(2)$
(Porque?) $\{ m_A(1) = m_f(1) \}$

$\therefore T$ é diagonalizável

$B = \{ (0, 2, -3, 1), (0, 0, -2, 1), (1, 0, 0, 0), (0, 0, -1, 1) \}$ é uma base de $\mathbb{R}^4$ formada por autovetores de T

$$[T]_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = D$$

(c) $\mathbb{R}^4 \xrightarrow{B} \mathbb{R}^4 \xrightarrow{\text{can}} \mathbb{R}^4 \xrightarrow{\text{can}} \mathbb{R}^4$
 $B \quad \text{can} \quad \text{can} \quad B$

$$[I]_{\text{can}, B} A [I]_{B, \text{can}} = D$$

Seja $P = [I]_{B, \text{can}}$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Então $P^{-1} = I_{\text{can}, B}$ e

$$P^{-1}AP = D$$