

Computação III - 2^o Semestre de 2021

Provinha 4 - entregar até o dia 21/12/2021

Envie a sua resposta digitalizada para nmkuhl@usp.br.

Questão

Para $n + 1$ pontos distintos x_0, x_1, \dots, x_n , onde $n \geq 1$, considere os $n + 1$ polinômios

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}, \quad 0 \leq i \leq n,$$

usados na forma de Lagrange para a interpolação polinomial.

(a) Prove que

$$\sum_{i=0}^n L_i(x) = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Sugestão: Qual é o polinômio interpolador da função $f(x) = 1$? Justifique.

(b) Prove que

$$\sum_{i=0}^n x_i^k L_i(0) = 0, \quad 1 \leq k \leq n, \quad k \text{ inteiro.}$$

Sugestão: Qual é o polinômio interpolador da função $f(x) = x^k$, quando $1 \leq k \leq n$? Justifique.

(c) Prove que

$$\sum_{i=0}^n x_i^{n+1} L_i(0) = (-1)^n \prod_{j=0}^n x_j.$$

Sugestão: Lembre-se da fórmula do erro para a interpolação polinomial.