IL PROBLEMA DELLA PEREQUAZIONE

In: *«Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze»*, XXIII Riunione,
Napoli, 1934, SIPS, Roma, 1935, Vol. II, pp. 227-228

ATTI DELLA SOCIETÀ ITALIANA PER IL PROGRESSO DELLE SCIENZE

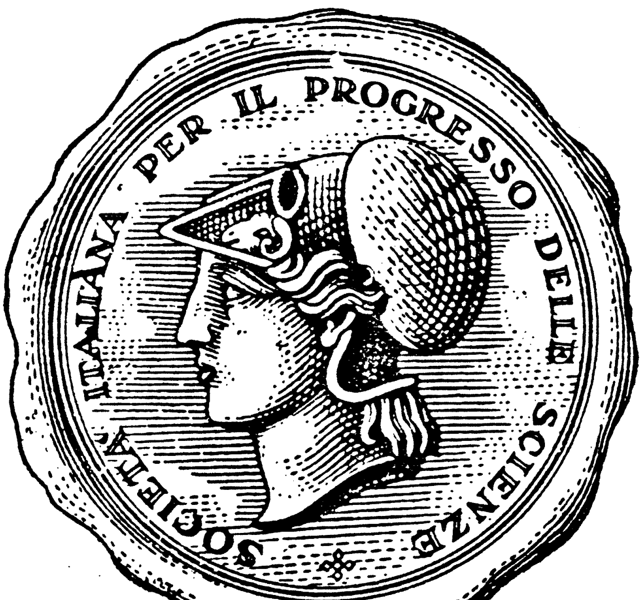
Pubblicati per cura del

Segretario Prof. LUCIO SILLA

XXIII RIUNIONE - Napoli, 11-17 Ottobre 1934 - XII

VOLUME II

Rapporti e Comunicazioni di Classe A



ROMA

SOCIETÀ ITALIANA PER IL PROGRESSO DELLE SCIENZE

Via del Collegio Romano 26

1935 - XIII

DE FINETTI B. - *Il problema della perequazione.*

Il problema della perequazione viene ordinariamente considerato da un punto di vista puramente formale: si cerca cioè semplicemente di sostituire a dati grezzi irregolari dei dati più regolari sufficientemente vicini. E spesso infatti lo scopo della perequazione è soltanto semplificativo-descrittivo, e il concetto accennato è allora perfettamente sufficiente.

Ma i casi più interessanti sono quelli in cui la perequazione non è fine a se stessa, ma è solo l'aspetto superficiale di un problema effettivo. Tali problemi rientrano in due tipi, che voglio brevemente caratterizzare riferendomi, per fissare le idee, ma senza perdere in generalità dal punto di vista concettuale, al caso in cui si tratti di determinare una curva.

Nel primo tipo di problemi la curva da determinare ha il significato di una distribuzione di probabilità, e allora il problema, a trattarlo esattamente, si riconduce al teorema di Bayes. Se era a priori: $\varphi(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \xi)\, d\xi_1\, d\xi_2 \ldots d\xi_n\, d\xi$ la probabilità che i numeri aleatori $X_1\, X_2 \ldots X_n\, X$ assumessero valori compresi tra ξ_1 e $\xi_1 + d\xi_1$, ξ_2 e $\xi_2 + d\xi_2, \ldots, \xi_n$ e $\xi_n + d\xi_n$, ξ e $\xi + d\xi$, la probabilità $\varphi(\xi)\, d\xi$ che X sia compreso tra ξ e $\xi + d\xi$ *dopo che si sono osservati i valori* $X_1 = x_1,\ X_2 = x_2, \ldots, X_n = x_n$, è

$$\varphi(\xi) = \frac{\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n, \xi)}{\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n\, \eta)\, d\eta}$$

In casi specialmente interessanti, e anzitutto nel caso che $X_1\, X_2 \ldots X_n\, X$ siano numeri aleatori *equivalenti* (cfr. la mia com. al Congr. di Bari e le note ivi cit.), la funzione $\varphi(\xi)$ definisce una distribuzione prossima a quella effettiva di $x_1\, x_2 \ldots x_n$; lo si può spiegare, riferendosi al caso in cui, subordinatamente a certe ipotesi di probabilità $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_s$ gli X_i siano indipendenti con densità di probabilità $\varphi_1(\xi)$, $\varphi_2(\xi), \ldots, \varphi_s(\xi)$, osservando che, a posteriori, le ipotesi che danno una distribuzione più prossima a quella effettiva vengono ad avere una probabilità aumentata, e a prevalere pertanto nella media che dà la $\varphi(\xi)$. Grazie alle conclusioni dei miei lavori già citati, appare poi che un tale risultato, dimostrato in questo caso speciale, ha validità generale. L'impostazione di questo problema secondo la concezione formale si spiega e giustifica appunto col fatto che tale conclusione probabilistica è, in un senso vago e qualitativo, intuitiva, e, per insufficiente comprensione o scarsa fiducia nell'ufficio che la teoria delle probabilità dovrebbe avere, si preferisce isolare il significato formale e arbitrario della « prossimità » fra le curve, dimenticando o negando addirittura, per l'orrore del « soggettivo », l'intuizione psicologica inconscia che ne è la sola giustificazione valida.

Nel secondo tipo di problemi, la curva stessa è un elemento aleatorio, che ha a priori una certa distribuzione di probabilità nello spazio funzionale, la quale si modifica, in seguito all'osservazione di certi dati, sempre in base al teorema di Bayes. Il problema è perfettamente analogo al precedente quando si guardi a tale distribuzione di probabilità nello spazio funzionale, ma diverso è il modo con cui viene ricollegato al problema della perequazione. La « curva perequata » non è più infatti la rappresentazione della « distribuzione di probabilità », ma è un elemento dello spazio funzionale cui la distribuzione di probabilità si riferisce. Alla soluzione (unica) del problema di determinare la « distribuzione di probabilità a posteriori » segue un momento arbitrario: la caratterizzazione sintetica di una distribuzione mediante un « elemento tipico ». Si ha cioè l'analogo nello spazio funzionale di quello che sarebbe il problema del tipo primo se si chiedesse, non la distribuzione $\varphi(\xi)$, ma un valore tipico che la caratterizzi (media di un tipo qualsiasi, mediana, moda, ecc.).