



Resumos

Abstracts

Sessão: Sistema Dinâmicos

Session: Dynamical Systems

Organizadores

Organizers

Maria João Resende - UFF
mjoao@id.uff.br

Régis Varão - IMECC-UNICAMP
regisfilho@hotmail.com

Dinâmica de contrações do intervalo suaves por pedaços

Benito Pires

FFCLRP - USP

Resumo

Dizemos que uma função injetora $f : [0, 1) \rightarrow [0, 1)$ é uma *contração de n intervalos* se existirem uma partição do intervalo unitário $[0, 1)$ em n intervalos I_1, I_2, \dots, I_n e uma constante $0 \leq \kappa < 1$ tais que $f|_{I_i}$ é κ -Lipschitz para todo $i \in \{1, \dots, n\}$.

Vamos discutir o seguinte resultado obtido recentemente pelo palestrante em colaboração com Arnaldo Nogueira e Rafael Rosales.

Teorema. Seja $\phi_1, \dots, \phi_n : [0, 1] \rightarrow (0, 1)$ uma sequência de contrações Lipschitz contínuas. Sejam $I = [0, 1)$, $x_0 = 0$ e $x_n = 1$. Então para quase todo (x_1, \dots, x_{n-1}) satisfazendo $0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < 1$, a contração de n intervalos $f : I \rightarrow I$ definida por $x \in [x_{i-1}, x_i) \mapsto \phi_i(x)$ é assintoticamente periódica. Mais precisamente, f tem pelo menos uma e no máximo n órbitas periódicas e o conjunto ω -limite $\omega_f(x)$ é uma órbita periódica para todo $x \in I$.

Bifurcations of mutually coupled equations in random graphs

Eduardo Garibaldi

IMECC - Unicamp

Resumo

We study the behaviour of solutions of mutually coupled equations in heterogeneous random graphs. Starting from a situation where the dynamics of the isolated equations is unstable, we couple them in a heterogeneous random structure. Heterogeneity means that some equations receive many inputs whereas most of the equations are given only with a few connections. We prove that, for almost every random network, such an interaction leads to the appearance of stable subspaces of solutions. Moreover, for certain classes of heterogeneous network, increasing the strength of interaction is shown to correspond to a cascade of bifurcations, in which the dimension of the stable subspace of solutions increases in a way determined explicitly in terms of the graph structure. This is a joint work with Tiago Pereira (Imperial College).

Bernoulli Property for Partially Hyperbolic Diffeomorphisms

Gabriel Ponce*

Joint with Ali Tahzibi, Régis Varão

*USP - São Carlos, SP

Resumo

Smooth ergodic theory is the study of statistical and geometrical properties of invariant measures for a given system. A system (f, μ) , is said to be ergodic if μ is a f -invariant measure and any f -invariant set has measure zero or one. Though ergodicity is a form of saying that the system is unpredictable from the point of view of the measure, we may find several “degrees of unpredictability”. This different degrees of unpredictability constitutes what we call *ergodic hierarchy*. Intuitively speaking the ergodic hierarchy distinguishes systems by how fast they mix sets along the time. Between those fine ergodic properties, we cite for example: Bernoulli property, Kolmogorov property, mixing, ergodicity. Kolmogorov property can be understood by the concept of entropy. A system (f, μ) is Kolmogorov if given any finite partition \mathcal{P} the entropy $h_\mu(f, \mathcal{P})$ is positive. In this talk we will study the equivalence of the Kolmogorov and Bernoulli property for partially hyperbolic DA diffeomorphisms on \mathbb{T}^3 . In a joint work with A. Tahzibi and R. Varão we proved the following theorem.

Theorem. [1] Let $f \in \mathcal{PH}_m^{1+\alpha}(\mathbb{T}^3)$ be homotopic to a linear Anosov. If f is Kolmogorov, then f is Bernoulli.

Referências

- [1] G. Ponce, A. Tahzibi, and R. Varão. Bernoulli property for partially hyperbolic diffeomorphisms on the 3-torus. in preparation.

Dynamical Cohomology: Examples and Recent Developments

Lucas H. Backes

IMPA

Resumo

Let G be a topological group and M a topological space. A G -valued cocycle over a homeomorphism $f : M \rightarrow M$ is a continuous map $\alpha : \mathbb{Z} \times M \rightarrow G$ satisfying

$$\alpha(m+n, x) = \alpha(m, f^n(x))\alpha(n, x), \quad \forall m, n \in \mathbb{Z}, \forall x \in M.$$

Two cocycles α and β over f are said to be *cohomologous* whenever there exists a continuous map $P : M \rightarrow G$, usually called *transfer map*, such that

$$\alpha(n, x) = P(f^n(x))\beta(n, x)P(x)^{-1}, \quad \forall n \in \mathbb{Z}, \forall x \in M.$$

The goal of this talk is twofold: to present some classical examples where a given question can be reduced to the problem of determine whether certain cocycles are cohomologous and to present some recent results describing necessary and sufficient conditions for two cocycles to be cohomologous.

Funções de Lyapunov e hiperbolicidade

Luciana Salgado

DMAT - UFBA

Resumo

Em um trabalho bem conhecido, Lewowicz [2] mostrou uma caracterização de hiperbolicidade uniforme usando funções de Lyapunov (formas quadráticas). Wojtkowski [3], usando a linguagem das \mathcal{J} -álgebras de Potapov, mostrou algumas de suas aplicações envolvendo decomposição dominada e expoentes de Lyapunov. Nesta palestra, vamos mostrar alguns resultados recentes que relacionam estas técnicas com hiperbolicidade parcial e singular (para fluxos), com base no artigo em conjunto com V. Araujo [1].

Referências

- [1] V. Araujo and L. Salgado. Infinitesimal lyapunov functions for singular flows. *Mathematische Zeitschrift (online)*, pages 1–35, 2013.
- [2] J. Lewowicz. Lyapunov functions and topological stability. *J. Differential Equations*, 38(2):192–209, 1980.
- [3] M. P. Wojtkowski. Monotonicity, J -algebra of Potapov and Lyapunov exponents. In *Smooth ergodic theory and its applications (Seattle, WA, 1999)*, volume 69 of *Proc. Sympos. Pure Math.*, pages 499–521. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2001.

Holomorphic dynamics, polynomials, polynomial-like maps and parabolic-like mappings

Luna Lomonaco

IME - USP

Resumo

Let $z \in \widehat{\mathbb{C}}$, and let f be a holomorphic map on $\widehat{\mathbb{C}}$, the *orbit* of z under f is the sequence $\{z, f(z), f^2(z), \dots\}$ (where f^n means f composed to itself n -times). The main activity in holomorphic dynamics is the study of the asymptotic behaviour of such orbits and the resulting classification of points in $\widehat{\mathbb{C}}$. The *Fatou set* is the set of points z such that the family (f^n) is equicontinuous near z ; the dynamics is chaotic on the complementary *Julia set*. An important special case is given by polynomial maps of $\widehat{\mathbb{C}}$. In the polynomial case the Julia set of a map f is the boundary of the basin of the (super) attracting fixed point at infinity. In this situation is useful to define the *filled Julia set* to be the complement of the basin of attraction of infinity.

In 1985, Adrien Douady and John Hamal Hubbard published a groundbreaking paper entitled *On the dynamics of polynomial-like mappings*. A polynomial-like mapping is a proper holomorphic map $f : U' \rightarrow U$, where $U', U \approx \mathbb{D}$, and $U' \subset\subset U$. This definition captures the behaviour of a polynomial in a neighbourhood of its filled Julia set. A polynomial-like map of degree d is determined up to holomorphic conjugacy by its internal and external classes, that is, the (conjugacy classes of) the restrictions to the filled Julia set and its complement. In particular the external class is a degree d real-analytic orientation preserving and strictly expanding self-covering of the unit circle: the expansivity of such a circle map implies that all the periodic points are repelling, and in particular not parabolic.

We extended the polynomial-like theory to a class of parabolic mappings which we called parabolic-like mappings. A parabolic-like mapping is an object similar to a polynomial-like mapping, but with a parabolic external class; that is to say, the external map has a parabolic fixed point, whence the domain is not contained in the codomain. In this talk we present the parabolic-like mapping theory.

Margulis' measure for center isometries.

Pablo Carrasco

ICMC - USP

Resumo

In this talk we'll present a construction for the measure of maximal entropy for certain classes of maps, namely partially hyperbolic systems whose action in the center direction is isometric. We'll follow closely the ideas of G. Margulis in the analogous construction for hyperbolic flows.

Propriedades mixing para dinâmicas genéricas e robustas

Pablo Guarino

UFF

Resumo

The so-called "critical circle maps" are orientation-preserving smooth circle homeomorphisms having a non-flat critical point (they belong to the boundary of the C^3 diffeomorphisms).

The "Rigidity Conjecture" for critical circle maps with irrational rotation number was formulated in the early eighties, after several works of Feigenbaum, Kadanoff, Lanford, Rand and Shenker among others, and it was proved to be true in the real-analytic category by de Faria-de Melo 2000, Yampolsky 2003 and Khanin-Teplinsky 2007.

On a joint work with Welington de Melo (IMPA), we proved the rigidity conjecture for C^3 critical circle maps with irrational rotation number of bounded type (arXiv:1303.3470).

Recently, we were able to get rid of the bounded combinatorics condition, thus extending the rigidity to any irrational rotation number: inside each topological class, the exponent of the critical point is the unique invariant of the smooth conjugacy classes.

Joint work with Marco Martens (Stony Brook, NY) and Welington de Melo.

Some problems in stability.

Ricardo Freire

IME - USP

Resumo

In this talk we will present some results and (yet) open problems in Lyapunov stability for equilibrium points. We're particularly interested on those coming from systems of central forces and Hamiltonian systems and in this context we can give some more results regarding the classical 'inversion of the Dirichlet-Lagrange theorem' problem.

Ciclos Limite e alguns outros resultados sobre Sistemas Dinâmicos Descontínuos

Ricardo Miranda Martins

IMECC - Unicamp

Resumo

Um grande número de fenômenos oriundos da engenharia, economia e biologia se tem sua análise facilitada quando são considerados modelos matemáticos que envolvem equações diferenciais não-suaves. Isto tem feito com que a Teoria dos Sistemas Dinâmicos Descontínuos (ou Não-Suaves) desenvolva-se rapidamente nos últimos anos.

Muitos estudos tem sido feito sobre conjuntos invariantes e, em particular, sobre os ciclos limite em SDDs. Nesta palestra abordaremos alguns destes resultados, considerando sistemas lineares e não-lineares. Além disto, apresentaremos alguns resultados globais sobre SSDs.

DINÂMICA TOPOLÓGICA GENÉRICA SOBRE O ESPAÇO DE CANTOR

Rômulo Maia Vermersch*, Nilson Bernardes

* UFRRJ

Resumo

O estudo de propriedades genéricas é tema clássico na área de sistemas dinâmicos. Em dinâmica topológica, tal estudo tem sido desenvolvido nos últimos quarenta anos por diversos pesquisadores. Em 2012 (veja [2]), o primeiro autor e U. Darji obtiveram resultados de caracterização das aplicações contínuas genéricas e dos homeomorfismos genéricos sobre o espaço de Cantor. Tais resultados fornecem uma estrutura de grafo bem definida para tais aplicação com a qual é possível obter, praticamente sem esforço, respostas para a dinâmica individual já conhecida (veja por exemplo [4]) e para muitos fatos completamente novos. Em [3], os autores desenvolvem um tal estudo sob o ponto de vista coletivo; isto significa estudar a dinâmica induzida ao hiperespaço de todos os subconjuntos fechados e não-vazios do espaço de Cantor munido da métrica de Hausdorff. O objetivo do presente trabalho foi desenvolver o estudo da dinâmica induzida por estas aplicações ao espaço das medidas de Borel probabilísticas munido da métrica de Prohorov (para um tratamento clássico sobre aplicações induzidas às probabilidades, veja [1]). É importante salientar que a dinâmica genérica sobre o espaço de Cantor, quando comparamos os três contextos naturais (individual, coletivo e probabilístico), pode revelar muitos contrastes interessantes. Como um exemplo, em [3] os autores provam que o homeomorfismo genérico do espaço de Cantor, quando induzido ao hiperespaço, é uniformemente distribucionalmente caótico. Em forte contraste, mostramos no presente trabalho que o homeomorfismo genérico do espaço de Cantor, quando induzido às probabilidades, não admite sequer um par de tipo Li-Yorke. Uma outra situação interessante aparece da seguinte maneira: em [2] o primeiro autor e U. Darji provaram que o homeomorfismo genérico sobre o espaço de Cantor apresenta a propriedade do sombreamento e, em [3], os autores provam que o mesmo é válido quando olhamos para a dinâmica induzida ao hiperespaço; já no presente tra-

balho, mostramos que no contexto probabilístico um tal homeomorfismo não admite nem mesmo a propriedade do sombreamento fraco. O trabalho contém ainda respostas completas para questões envolvendo conjuntos recorrentes e pontos periódicos, juntamente com um resultado do tipo "closing lemma" válido tanto para aplicações contínuas genéricas quanto para homeomorfismos genéricos. Por fim, apresentamos também resultados sobre continuidade em cadeia de aplicações contínuas e homeomorfismos.

Referências

- [1] Bauer, W., Sigmund, K. - *Topological dynamics of transformations induced on the space of probability measures*. Monatsh. Math., 79, 81-92, 1975.
- [2] Bernardes jr., N.C. and Darji, U.B. - *Graph theoretic structure of maps of the Cantor space*. Adv. Math., 231, no. 3-4, 1655-1680, 2012.
- [3] Bernardes jr., N.C. and Vermersch, R.M. - *Hyperspace dynamics of generic maps of the Cantor space*. Canad. J. Math., DOI 10.4153/CJM-2014-005-5.
- [4] Glasner, E. and Weiss, B. - *The topological Rohlin property and topological entropy*. Amer. J. Math., 123, no. 6, 1055-1070, 2001.

Propriedades estatísticas da medida de máxima entropia para atratores parcialmente hiperbólicos

Antonio Teófilo Ataíde do Nascimento*, Augusto Armando de Castro Jr

UNEB

Resumo

Mostramos a existência e unicidade de medida de máxima entropia, para difeomorfismos parcialmente hiperbólicos semi-conjugados a uma classe de aplicações não uniformemente expansoras. Mais precisamente, usando a teoria de métricas projetivas em cones, provamos o decaimento exponencial de correlações para observáveis Hölder contínuos e o teorema do limite central para a medida de máxima entropia. Além disso, utilizamos tais técnicas para obter resultados análogos no contexto de sistemas parcialmente hiperbólicos derivados de Anosov.

Análise multifractal de conjuntos irregulares para medidas Gibbs fraco

Thiago Bomfim

UFBA

Resumo

Nesta palestra pretendemos discutir o problema de obter estimativas para a pressão topológica do conjunto de pontos cuja média de Birkhoff está afastada da média espacial correspondente ao único estado de equilíbrio que é uma medida Gibbs fraco. Em particular, se a dinâmica é expansora topologicamente mixing e o potencial é Hölder contínuo obtemos que a pressão topológica do conjunto de pontos cujos valores de acumulação das médias de Birkhoff pertencem a algum intervalo $I \subset \mathbb{R}$ pode ser expressa em termos pressão topológica de todo sistema e da taxa de grandes desvios. Extensões para conjuntos irregulares dados por medidas empíricas, aplicações não-uniformemente expansoras, família quadrática, difeomorfismos hiperbólicos e fluxos hiperbólicos também serão dadas. De acordo com o tempo, iremos também discutir esse problema no contexto do formalismo termodinâmico não-aditivo, o que nos conduzirá a obtenção de taxas finas de grandes desvios em tal contexto.

Esse é um trabalho conjunto com Paulo Varandas (UFBA).

Referências

- [BCV13] T. Bomfim, A. Castro e P. Varandas. Differentiability of thermodynamical quantities in non-uniformly expanding dynamics. *Preprint ArXiv:1205.5361*, 2013.
- [BV14] T. Bomfim e P. Varandas Multifractal analysis of irregular sets for weak Gibbs measures *Preprint ArXiv:1405.2541*, 2014.
- [BV14] T. Bomfim e P. Varandas Large deviations for non-additive sequences and applications to multifractal formalism of the irregular set. *em progresso*.

Propriedades mixing para dinâmicas genéricas e robustas

Thiago Catalan

FAMAT - UFU

Resumo

Um importante problema em teoria ergódica é descrever o conjunto das medidas invariantes de um sistema dinâmico, desde que estas ajudam a entender a dinâmica do sistema. Neste sentido, Sigmund [S1] mostrou que um sistema hiperbólico mixing é tal que as medidas de Bernoulli formam um subconjunto denso no conjunto das medidas invariantes suportadas em tal sistema. Neste trabalho, mostramos que tal resultado também vale no mundo C^1 -genérico para classes homoclínicas mixing, obtendo assim uma versão não-hiperbólica para o resultado de Sigmund. Para mostrarmos isto introduzimos uma *propriedade de períodos grandes* que serve para detectar propriedades mixing. Informalmente, dizemos que um difeomorfismo possui a *propriedade de períodos grandes* se o mesmo possui pontos periódicos de qualquer período suficientemente grande arbitrariamente denso. Agora, o mais importante é que tal propriedade é robusta sobre classes homoclínicas.

Assim, usando a propriedade de períodos grandes podemos mostrar que genericamente classes homoclínicas mixing são robustamente mixing. Agora, a partir de resultados em [AC] e em [BC] podemos concluir que C^1 genericamente um difeomorfismo transitivo é mixing e ainda a variedade toda coincide com uma classe homoclínica. Isto nos leva as seguintes perguntas colocadas em [AC] e em [BDV], respectivamente:

- 1) Existe um conjunto C^1 aberto e denso de difeomorfismos mixing no mundo dos difeomorfismos robustamente transitivos?
- 2) Existe um conjunto C^1 aberto e denso de difeomorfismos robustamente transitivos para os quais a variedade toda coincide com uma classe homoclínica?

A questão (2) é verdadeira para difeomorfismos parcialmente hiperbólicos em dimensão 3, veja [BDU]. Neste trabalho apresentamos

uma resposta positiva para as duas questões acima para difeomorfismos longe de tangência homoclínica. *Este um trabalho em conjunto com Alexander Arbieto e Bruno Santiado.*

Referências

- [1] A. Arbieto, T. Catalan, and B. Santiago, *Mixing-like properties for some generic and robust dynamics*. 2014. (preprint)
- [AC] F. Abdenur and S. Crovisier, *Transitivity and topological mixing for C^1 diffeomorphisms*. Essays in mathematics and its applications, 1-16, Springer, Heidelberg, 2012.
- [BC] C. Bonatti and S. Crovisier, *Rcurrence et gnricit*. Invent. Math. 158 (2004), no. 1, 33-104.
- [BDU] C. Bonatti, L. Diaz and R. Ures *Minimality of strong stable and unstable foliations for partially hyperbolic diffeomorphisms*. J. Inst. Math. Jussieu 1 (2002), no. 4, 513-541.

Ciclos heterodimensionais robustos

Yuri Ki

UFF

Resumo

Junto com as tangências homoclínicas, os ciclos heterodimensionais são as obstruções conhecidas da hiperbolicidade no espaço dos difeomorfismos C^1 em variedades compactas.

Os "blenders", introduzidos por Bonatti-Díaz nos anos '90, são ferramentas importantes no estudo dos ciclos heterodimensionais. Vamos descrever os blenders/blenders simbólicos e aplicá-los na construção de ciclos heterodimensionais robustos.