



## Resumos

### Abstracts

Sessão: Singularidades e Folheações

*Session: Singularities and Foliations*

### Organizadores

#### *Organizers*

Mauricio Corrêa Junior - UFMG  
mauricio@mat.ufmg.br

Luis Renato Dias - UFU  
lrgdias@famat.ufu.br

# Cotas Polinomiais para grupos de automorfismos de folheações

Alan Muniz\*, Maurício Corrêa

\*UFMG

## Resumo

Em 1950, Andreotti provou que uma superfície projetiva de tipo geral tem grupo de automorfismos finito. Depois da classificação birracional de folheações em superfícies projetivas de McQuillan - Mendes-Brunella surge o mesmo interesse em estudar os grupos de automorfismos que deixam uma folheação. Em 2002, Pereira e Sanchez dá uma versão ao teorema de Andreotti: toda folheação de tipo geral em superfície projetiva tem grupo de bimeromorfismos finito. Assim como no caso de superfícies, surge o interesse natural em procurar uma cota para estes grupos. Em 2014, Corrêa e Fassarella conseguem cotas exponenciais. Nesta palestra apresentaremos cotas polinomiais para os grupos de automorfismos e bimeromorfismos de algumas classes de folheações de tipo geral. (Este trabalho é parte de minha tese de doutorado sob orientação de Maurício Corrêa)

# The geometry of quadratic vector fields possessing semi-elemental saddle-nodes

Alex Carlucci Rezende\*, Joan Carles Artés, Regilene Oliveira

\*USP - São Carlos

## Resumo

Planar quadratic differential systems occur in many areas of applied mathematics. Although more than one thousand papers have been written on these systems, a complete understanding of this family is still missing. One of the goals of recent researchers is the topological classification of quadratic systems. As this attempt is not possible in the whole class due to the large number of parameters (twelve, but, after affine transformations and time rescaling, we arrive at families with five parameters, which is still a large number), many subclasses are considered and studied. In this talk we present the study a subfamilies of quadratic systems possessing a finite semi-elemental saddle-node and an infinite semi-elemental saddle-node formed by the collision of an infinite saddle with an infinite node. The bifurcation diagram for this family is tridimensional and yields 370 topologically distinct phase portraits. Invariant polynomials are used to construct the bifurcation sets and the phase portraits are represented on the Poincaré disk. The bifurcation sets are the union of algebraic surfaces and surfaces whose presence was detected numerically. This is a joint work with Joan Carles Artés (UAB-Barcelona) and Regilene Oliveira (ICMC-USP).

# Examples of non-trivial accumulation of secants in dimension three

André Belotto\*

\*University of Toronto

## Resumo

We present new examples of accumulation of secants for orbits (of a real analytic three dimensional vector fields) having the origin as only  $\omega$ -limit point. These new examples have the structure of a proper algebraic variety of  $\mathbb{S}^2$  intersected with a cone. In particular, we present explicit examples of accumulation of secants sets which are not in the list of possibilities of the classical Poincare-Bendixson Theorem.

# Folheações holomorfas em Variedades de Hopf

Antonio Marcos F. da Silva\*, Mauricio Corrêa, Arturo Fernandez Perez

\*Universidade Federal de Minas Gerais

## Resumo

Uma variedade de Hopf é definida como o quociente de  $\mathbb{C}^n \setminus \{0\}$ , por uma ação de um grupo cíclico infinito, gerado por uma contração de  $\mathbb{C}^n$  fixando o 0. Todas as variedades de Hopf não são algébricas. Quando a contração é diagonal, a variedade de Hopf associada é difeomorfa ao produto  $S^1 \times S^{2n+1}$ , e portanto não é Kähler. Mall(1998) classificou as folheações holomorfas regulares em superfícies de Hopf. Nesta palestra apresentaremos resultados, obtidos junto com Arturo Fernandez Perez e Mauricio Corrêa, sobre classificação de folheações holomorfas regulares em variedades de Hopf de dimensão maior que dois, e uma versão da Conjectura de Brunella para folheações holomorfas singulares em variedades de Hopf clássicas.

# Teorema de Baum-Bott para orbifolds e aplicações

Arnulfo Miguel Rodríguez Peña\*, F. Brochero Martins, M. Corrêa

\*Universidade Federal de Minas Gerais

## Resumo

Mostraremos uma versão do teorema de Baum-Bott para um orbifold compacto e com singularidades isoladas, isso dá algumas consequências importantes nas folheações holomorfas nos espaços projetivos ponderados. Uma das aplicações que mostraremos será para o problema de Poincaré em espaços projetivos ponderados. Este trabalho é parte de minha tese de doutorado orientada por Marcio Soares e Maurício Corrêa. A aplicação para o problema de Poincaré é um trabalho em colaboração com F. Brochero Martins e M. Corrêa.

# Singularities of Levi-flat hypersurfaces and holomorphic foliations

Arturo Ulises Fernandez Perez\*, R. Mol, B. Scardua

\*Universidade Federal de Minas Gerais

## Resumo

Levi-flat hypersurfaces occurs naturally as invariant sets of holomorphic foliations. In recent years, techniques from holomorphic foliations, have been applied to study of singular Levi-flat hypersurfaces. Motivated by these developments, we study Levi-flat hypersurfaces invariant by global foliations. In this talk, I will present some results and techniques from this theory, developed in a joint work with R. Mol (UFMG) and B. Scardua (UFRJ).

# Deformações não-negativas de singularidades quase homogêneas

Bruna Oréfica Okamoto\*, J. J. Nuño-Ballesteros, J. N. Tomazella

\*Universidade Federal de São Carlos

## Resumo

Consideramos um germe quase homogêneo de variedade analítica  $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$  e um germe de função  $f : (\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$  consistente com  $(X, 0)$ . Procuramos condições necessárias e suficientes para que deformações desses germes tenham grau não negativo em termos de uma versão adaptada do número de Milnor relativo. Estudamos os casos em que  $(X, 0)$  é uma hipersuperfície com singularidade isolada e o invariante é o número de Bruce-Roberts de  $f$  com respeito a  $(X, 0)$  e em que  $(X, 0)$  é uma interseção completa ou uma curva com singularidade isolada e o invariante é o número de Milnor da função restrita à variedade. Trabalho conjunto com J. J. Nuño-Ballesteros e J. N. Tomazella



# Medidas de Monge-Ampère à potencial Hölderiano e integrabilidade de funções p.s.h.

Lucas Kaufmann\*, Alano Ancona

\*IMJ-PRG

## Resumo

Seja  $\Omega$  um aberto do espaço euclidiano complexo  $\mathbb{C}^n$ . Uma função  $\varphi : \Omega \rightarrow [-\infty, \infty)$  é dita plurisubharmônica (p.s.h.) se  $\varphi$  é semicontínua superiormente e se para toda reta complexa  $L \subset \Omega$  a função  $\varphi|_{\Omega \cap L}$  é subharmônica, isto é, satisfaz a propriedade da sub-média. Exemplos básicos de funções p.s.h. são dados por  $\varphi = \log |h|$  onde  $h$  é uma função holomorfa em  $\Omega$ .

Dada uma função localmente integrável  $u$  podemos definir  $dd^c u$ , onde  $d = \partial + \bar{\partial}$  e  $d^c = \frac{i}{2\pi}(\bar{\partial} - \partial)$  são aplicados no sentido de distribuições. No caso de uma função p.s.h. localmente limitada podemos ainda definir os produtos

$$(dd^c u)^k = dd^c u \wedge \cdots \wedge dd^c u,$$

que são correntes com uma certa propriedade de positividade. Em particular  $\mu = (dd^c u)^n$  é uma medida positiva chamada medida de Monge-Ampère associada a  $u$ . Este tipo de medida singular aparece por exemplo na teoria de sistemas dinâmicos à varias variáveis complexas.

O número de Lelong de uma função p.s.h. no ponto  $a \in \Omega$  é definido por

$$\nu(\varphi; a) := \liminf_{z \rightarrow a, z \neq a} \frac{\varphi(z)}{\log |z - a|}$$

e dá informações sobre a singularidade da função  $\varphi$  no ponto  $a$ .

Um importante teorema de H. Skoda diz que se  $\nu(\varphi; a) < 2$  então a função  $e^{-\varphi}$  é integrável numa vizinhança de  $a$  com respeito à medida de Lebesgue. Esse resultado é básico, por exemplo, no estudo de ideais de germes de funções holomorfas, ligados a singularidades de variedades projetivas complexas.

Nesta exposição daremos uma generalização do resultado de Skoda no qual a medida de Lebesgue é substituída por uma medida de Monge-Ampère à potencial local Hölderiano. Mais precisamente, mostraremos que se  $u$  é uma função p.s.h.  $\alpha$ -Hölderiana e  $\mu =$

$(dd^c u)^n$  então a função  $e^{-\varphi}$  é  $\mu$ -integrável em torno dos pontos  $a \in \Omega$  satisfazendo  $\nu(\varphi; a) < \frac{2\alpha}{\alpha+n(2-\alpha)}$ .

Este resultado fornece por exemplo uma estimativa da massa de  $\mu$  nos conjuntos de subnível  $\{\varphi \leq -M\}$  de uma função p.s.h. .

Este é um trabalho em conjunto com Alano Ancona (Univ. Paris-Sud) e foi realizado com o apoio da *Région Île-de-France*.

# Formas normais de sistemas de Engel singulares

Luis G. Maza<sup>\*</sup>, Maurício Corrêa

<sup>\*</sup>UFAL

## Resumo

Vamos mostrar um teorema dando formas normais para sistemas de Engel holomorfos singulares. Em seguida, vamos mostrar algumas consequências geométricas. Este é um trabalho em colaboração com Maurício Corrêa(UFMG).

# Detecting bifurcation values at infinity of real polynomials

Luis Renato Gonçalves Dias\*, M. Tibar

\*Universidade Federal de Uberlândia

## Resumo

We present a new approach for estimating the set of bifurcation values at infinity. This yields a significant shrinking of the number of coefficients in the recent algorithm introduced by Jelonek and Kurdyka for reaching critical values at infinity by rational arcs. Joint work with M. Tibăr.

# Uma restrição do conjunto singular de estruturas genericamente simpléticas em espaços projetivos

Renan Edgard Pereira Lima\*

\*ITA

## Resumo

Seja  $\Pi \in H^0(\mathbb{C}P^4, \wedge^2 T\mathbb{C}P^4)$  uma estrutura genericamente Simplética em  $\mathbb{C}P^4$ . O conjunto singular de  $\Pi$  são os pontos em  $\mathbb{C}P^4$  onde  $\Pi$  não é simplética em tal ponto, isto é, são os zeros da seção global  $\Pi \wedge \Pi \in H^0(\mathbb{C}P^4, \wedge^2 T\mathbb{C}P^4)$ , que será uma quártica  $Y$  (contada com multiplicidade). Adicionaremos a hipótese de que a quártica  $Y$  é reduzida e todas as componentes irredutíveis são suaves e estão em cruzamento normal.

Veremos como a teoria de folheação nos ajuda a provar que, nestas condições,  $Y$  é composta por 5 hiperplanos. Mais precisamente, usaremos o fato de que tal estrutura genericamente Simplética induz, naturalmente, uma folheação logarítmica de codimensão 1 em cada componente irredutível de  $Y$  e explicaremos o porquê da existência de singularidades isoladas destas folheações caracteriza o fato de esta quártica  $Y$  ter exatamente 5 componentes irredutíveis.

# Espaços projetivos com pesos e Componentes irreduzíveis do espaço de folheações holomorfas de codimensão um

Ruben Edwin Lizarbe Monje\*

\*IMPA

## Resumo

Nosso trabalho será dividido em dois focos. O primeiro foco de estudo é a densidade de folheações sem soluções algébricas nos planos projetivos com pesos. Nós provamos que uma folheação genérica com grau do fibrado normal muito grande nos planos projetivos com pesos não possui solução algébrica.

É bem conhecido que as resoluções minimais de singularidades de um tipo “especial” de planos projetivos com pesos são as superfícies de Hirzebruch. Neste contexto, nós provamos que uma folheação genérica com bigrau do fibrado normal muito grande nas superfícies de Hirzebruch não possui solução algébrica.

O segundo foco de estudo é as componentes irreduzíveis do espaço de folheações de codimensão um no espaço projetivo 3-dimensional. Nós construímos uma família de componentes irreduzíveis associadas à uma álgebra de Lie afim.

## Referências

- [1] S.C. Coutinho and J.V. Pereira, *On the density of algebraic foliations without algebraic invariant sets. Journal für die Reine und Angewandte Mathematik* **594**, (2006) 117–136.
- [2] I. Dolgachev, *Weighted projective varieties. In Group actions and vector fields*, volume 956 of *Lecture Notes in Math.*, (1982) 34–71.
- [3] F. Loray, J. V. Pereira and F. Touzet, *Singular Foliations with Trivial Canonical Class*. Available at arXiv:1107.1538v1 [math.AG].
- [4] J. V. Pereira, *Sobre a densidade de Folheações sem soluções Algébricas. Revista del Seminario Iberoamericano de Matemáticas Singularidades en Tordesillas* **3 4** (2007) 51–57.

# Toric surfaces, Euler obstruction and applications

Thaís Maria Dalbello<sup>\*</sup>, Nivaldo G. Grulha Jr. and Miriam S. Pereira

<sup>\*</sup>USP - São Carlos

## Resumo

Given a normal toric surface  $X_\sigma$  in this work we present a formula for the Euler obstruction of a function  $f : X_\sigma \rightarrow \mathbb{C}$  and for the difference between the Euler obstruction of the space  $X_\sigma$  and the Euler obstruction of a function  $f$ . As an application of this result we compute the Euler obstruction of a type of polynomial on a family of determinantal surfaces. Joint work with Nivaldo G. Grulha Jr. and Miriam S. Pereira.