Resumos

Abstracts

Sessão: Polinômios Ortogonais e Aplicações

Session: Orthogonal Polynomials and Applications

Organizadores

Organizers

Kenier Castillo
kcastill@math.uc3m.es

Fernando Rodrigo Rafaeli - UFU
fernando.rodrigo.rafaeli@gmail.com

On the relation between the full Kostant-Toda lattice and matrix orthogonal polynomials

Ana Mendes*

*Centro de Matemática da Universidade de Coimbra, Portugal

Resumo

In this work we characterize a full Kostant-Toda system in terms of a family of matrix polynomials orthogonal with respect to a complex matrix measure. In order to studied the solution of this dynamical system we give explicit expressions for the resolvent functional and we also obtain, under some conditions, a representation of the vector functionals associated with this system. Joint work with A.Branquinho and A. Foulquié Morenod.

Zeros of classical continuous and discrete orthogonal polynomials on the real line

Fernando Rodrigo Rafaeli*

*Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia - FAMAT/UFU

Resumo

The theory of orthogonal polynomials, and especially the behavior of their zeros, is a fundamental tool in classical analysis and its multiple applications. Significant progress in this area involve pioneering results of Markov and Stieltjes, among others . The aim of this talk is to provide most of the classical results, involving the behavior of zeros of orthogonal polynomials related to both the continuous and the discrete case and, also, many contemporary results that can only be found in specialist magazines. All this material is designed for self-sufficiency and is in comprehensible language, especially bearing in mind those who are meeting these concepts for the first time.

Supported by CAPES, CNPq and FAPEMIG.

The discrete extension of Markov's theorem on monotonicity of zeros

Kenier Castillo* and Fernando R. Rafeli

*Departamento de Matemática Aplicada, Universidade Estadual Paulista - IBILCE

Resumo

Motivated by an open problem proposed by M. E. H. Ismail in his monograph "Classical and quantum orthogonal polynomials in one variable"(Cambridge University Press, 2005), we study the behavior of zeros of orthogonal polynomials associated with the modification of a positive measure supported on a subset of the real line by adding a mass point out of the support.

Supported by CNPq of Brazil and Dirección General de Investigación Científica y Técnica, Ministerio de Economía y Competitividad of Spain.

On Laguerre-Hanh orthogonal polynomials on non-uniform lattices

Maria das Neves Rebocho*

*Department of Mathematics, University of Beira Interior, Covilhã, Portugal.

Resumo

Laguerre-Hahn orthogonal polynomials on non-uniform lattices were introduced by A.P. Magnus in [2]: a sequence of orthogonal polynomials is said to be Laguerre-Hahn if the corresponding formal Stieltjes function, S, satisfies a Riccati equation with polynomial coefficients

$$A(x)(\mathbb{D}S)(x) = B(x)(\mathbb{E}_1 S)(x)(\mathbb{E}_2 S)(x) + C(x)(\mathbb{M}S)(x) + D(x), \;\; A \neq 0, \quad (1)$$

where $\mathbb{D}$ is the divided difference operator involving the values of a function at two points, with the fundamental property that $\mathbb{D}$ leaves a polynomial of degree $n-1$ when applied to a polynomial of degree n [2, Eq. (1.1)]

$$(\mathbb{D}f)(x) = \frac{(\mathbb{E}_2 f)(x) - (\mathbb{E}_1 f)(x)}{y_2(x) - y_1(x)}, \quad (2)$$

with

$$(\mathbb{E}_1 f)(x) = f(y_1(x)), \quad (\mathbb{E}_2 f)(x) = f(y_2(x)).$$

In this talk it is given a characterization theorem for Laguerre-Hahn orthogonal polynomials on non-uniform lattices [1]. The theorem proves the equivalence between the Riccati equation for the formal Stieltjes function, linear first-order difference relations for the orthogonal polynomials as well as for the associated polynomials of the first kind, and linear first-order difference relations for the functions of the second kind.

Bibliografy

[1] A. Branquinho and M. N. Rebocho, Characterization theorem for Laguerre-Hahn orthogonal polynomials on non-uniform lattices, (submitted).

[2] A.P. Magnus, Associated Askey-Wilson polynomials as Laguerre-Hahn orthogonal polynomials, Springer Lect. Notes in Math. 1329, Springer, Berlin, 1988, pp. 261-278.

Um teorema do tipo Favard para os polinômios ortogonais no círculo unitário

Marisa de Souza Costa*

*Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia - FAMAT/UFU

Resumo

Dada uma medida positiva $\mu(\zeta) = \mu(e^{i\theta})$ no círculo unitário $\mathcal{C} = \{\zeta = e^{i\theta} : 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$, a sequência de polinômios ortogonais mônicos $\{S_n\}$ a ela associada é definida por

$$\int_{\mathcal{C}} \bar{\zeta}^j \, S_n(\zeta) \, d\mu(\zeta) = \int_0^{2\pi} e^{-ij\theta} \, S_n(e^{i\theta}) \, d\mu(e^{i\theta}) = 0, \;\; 0 \leq j \leq n-1,$$

para todo $n \geq 1$. Denotando $\kappa_n^{-2} = ||S_n||^2 = \int_{\mathcal{C}} |S_n(\zeta)|^2 \, d\mu(\zeta)$, os polinômios ortonormais no círculo unitário são dados por $s_n(z) = \kappa_n \, S_n(z)$, $n \geq 0$.

O objetivo deste trabalho é apresentar um teorema semelhante ao Teorema de Favard, importante teorema da teoria de polinômios ortogonais na reta real. Mais especificamente, considerando a relação de recorrência

$$R_{n+1}(z) = [(1+ic_{n+1})z+(1-ic_{n+1})]R_n(z)-4d_{n+1}zR_{n-1}(z), \;\; n \geq 1,$$

com $R_0(z) = 1$ e $R_1(z) = (1 + ic_1)z + (1 - ic_1)$, onde $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ é uma sequência real e $\{d_n\}_{n=1}^{\infty}$ é uma sequência encadeada positiva com sequência de parâmetros minimal $\{m_n\}_{n=0}^{\infty}$, mostramos que existe uma única medida de probabilidade μ no círculo unitário em relação à qual os polinômios $R_n(z) - 2(1 - m_n)R_{n-1}(z)$, $n \geq 0$, são ortogonais. Além disso, observamos que se $\{M_n\}_{n=0}^{\infty}$ é a sequência de parâmetros maximal da sequência encadeada $\{d_n\}_{n=1}^{\infty}$, a medida μ possui um salto no ponto $z = 1$ cuja massa é M_0.

Este trabalho foi desenvolvido em conjunto com Daniel O. Veronese (ICTE/UFTM), Kenier Castillo (IBILCE/UNESP) e Alagacone Sri Ranga (IBILCE/UNESP).

Supported by CAPES and FAPEMIG.

Polinômios Ortogonais Discretos em Variável Hipercomplexa

Nelson Faustino*

*Departamento de Matemática Aplicada, IMECC/Unicamp

Resumo

Nesta palestra iremos propor uma abordagem algébrica para construir extensões de polinômios ortogonais discretos em dimensões superiores sob o ponto de vista de variável hipercomplexa. Tal abordagem assenta na construção de sequências de quasi-monômios via simetrias de álgebras de Lie (cf. [4]). Na primeira parte da palestra iremos rever a construção de polinômios discretos como polinômios do tipo Appell associados a discretizações de equações do tipo Dirac. Exemplos da teoria envolvendo problemas de mecânica quântica (cf. [2, 3]) e relativística serão também abordados em paralelo (cf. [5]). Na segunda parte iremos aplicar a abordagem anterior ao estudo de problemas espectrais envolvendo operadores do tipo Jacobi (cf. [3]). Tendo como ponto de partida o formalismo de espaços de Fock (cf. [1]), a abordagem assenta na representação do espaço de soluções como um espaço de probabilidades discretas. Especial ênfase será dado a famílias de polinômios ortogonais que descrevem processos do tipo Poisson, Mittag-Leffler ou Wright.

Bibliografy

[1] D. Constales, N. Faustino, R.S. Kraußhar, Fock spaces, Landau operators and the time-harmonic Maxwell equations, Journal of Physics A: Mathe- matical and Theoretical, 44(13) (2011): 135303.

[2] Faustino N. and Ren G. 2011 (Discrete) Almansi type decompositions: an umbral calculus framework based on osp(1—2) symmetries, Math. Meth. Appl. Sci. 34, no. 16, p 1961-1979.

[3] Faustino N., Special Functions of Hypercomplex Variable on the Lattice Based on SU(1,1), SIGMA 9 (2013), 065, 18 pages, http://dx.doi.org/10.3842/SIGMA.2013.065.

[4] N. Faustino, Classes of hypercomplex polynomials of discrete variable based on the quasi-monomiality principle, Appl. Math. Comput. (2014), http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2014.09.027

[5] N. Faustino, Solutions for the Klein-Gordon and Dirac equations on the lattice based on Chebyshev polynomials., arXiv preprint arXiv:1407.3233 (2014).

Polinômios Para-ortogonais Associados aos Polinômios de Geronimus

Regina Litz Lamblém *

*Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul - UEMS

Resumo

Os polinômios ortogonais no círculo unitário foram introduzidos por Szegö no início do século XX, e, por isso são também chamados de polinômios de Szegö, em sua homenagem. Os polinômios de Szegö tem sido estudados por muitos pesquisadores devido sua aplicabilidade em diversas áreas, como regras de quadratura, processamento de sinais, teoria espectral, e muitos outras. Os polinômios de Geronimus são polinômios ortogonais no círculo unitário com coeficientes de Verblunsky constantes. Apresentaremos resultados sobre certas sequências de polinômios para-ortogonais associados aos polinômios de Geronimus e a correspondente sequência encadeada.
Financiado parcialmente pela CAPES e CNPq.

Harten's Multiresolution and Orthogonal Polynomials: A first relation

Sergio Amat*, Kenier Castillo and Juan Ruiz

*Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, U.P. Cartagena- Spain

Resumo

The aim of this talk is to relate Harten's multiresolution framework with orthogonal polynomials. The idea is to use these families of polynomials as approximations within the associated prediction operators. Preliminary theoretical results and some applications will be shown.

I Congresso Brasileiro de
Jovens Pesquisadores em
Matemática Pura e Aplicada

Zeros de polinômios auto-recíprocos

Vanessa Avansini Botta Pirani*

*Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista - FCT/UNESP

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo apresentar resultados que caracterizam o comportamento dos zeros de polinômios auto-recíprocos, com enfoque à classe de polinômios cujos zeros estão localizados no círculo unitário. Resultados recentes sobre o assunto também serão apresentados.
Fianciado parcialmente pela Fapesp e CNPq.

Cálculo aproximado de somas por fórmulas de quadratura de Gauss

Vanessa Paschoa Ferraz*

*Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP

Resumo

Em muitos problemas numéricos é necessário o cálculo de somas com grande quantidade de termos, como por exemplo na obtenção dos coeficientes do polinômio solução do método de mínimos quadrados. As fórmulas de quadratura de Gauss são métodos eficientes para aproximação de integral, do mesmo modo podemos considerar as respectivas fórmulas para aproximação de somas. Vamos abordar os problemas numéricos e soluções propostas para efetiva implementação de tal fórmula de quadratura de Gauss para somas. Em particular trataremos do caso de somas em pontos equidistantes, cuja respectiva fórmula de quadratura de Gauss é relacionado com os polinômios de Gram. Trabalho desenvolvido em conjunto com Dimitar K. Dimitrov, Eduardo Godoy e Ivan Area.
Financiado parcialmente pela Fapesp e CNPq.