Resumos

Abstracts

Sessão: Análise Funcional, Aproximação e Aplicações

Session: Functional Analysis, Approximation and Applications

Organizadores

Organizers

José Claudinei Ferreira - UFU
joseclaudineiferreira@gmail.com

Mário Henrique de Castro - UFU
mariocastro@famat.ufu.br

Mexican hat Wavelet Transform of Distributions

R. S. Pathak and Abhishek Singh*

*DST Centre for Interdisciplinary Mathematical Sciences
Faculty of Science, Banaras Hindu University
Varanasi- 221 005, India. Email: mathdras@gmail.com

Resumo

Theory of Weierstrass transform is exploited to derive many interesting new properties of the Mexican hat wavelet transform. A real inversion formula in the differential operator form for the Mexican hat wavelet transform is established. Mexican hat wavelet transform of distributions is defined and its properties are studied. An approximation property of the distributional wavelet transform is investigated which is supported by a nice example. An inversion formula is established by interpreting convergence in the weak distributional sense.

Referências

[1] C. K. Chui, *An Introduction to Wavelets*, Academic Press, New York, 1992.

[2] I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, SIAM, Philadelphia, 1992.

[3] A. Erdélyi (Ed.), *Higher Transcendental Functions*, Vol II, McGraw-Hill Book Co., New York, 1953.

[4] I. I. Hirschman and D.V. Widder, *The Convolution Transform*, Princeton University Press, Princeton, 1955.

[5] Y. Meyer, *Wavelets and Operators*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.

[6] R. S. Pathak, *Integral Transforms of Generalized Functions and Their Applications*, Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 1997.

[7] R. S. Pathak, *The Wavelet Transform*, Atlantis Press/World Scientific, Amsterdam, Paris, 2009.

[8] A. H. Zemanian, *Wavelet transform for integrable Boehmians*, J. Math. Anal. Appl. 296 (2) (2004), 473-478.

Alguns resultados sobre diferenciabilidade de funções positivas definidas

Ana Carla Piantella*

*Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia - FAMAT/UFU

Resumo

Neste trabalho apresentaremos alguns resultados sobre diferenciabilidade de funções positivas definidas no espaço euclidiano m-dimensional, onde m é um inteiro positivo, usando propriedades conhecidas de núcleos positivos definidos. Funções e núcleos positivos definidos foram estudados por muitos autores em vários ramos da Matemática, como por exemplo análise de Fourier, teoria da aproximação, equações integrais, entre outros. Em particular, diferenciabilidade de núcleos positivos definidos está relacionado com o decaimento dos autovalores e dos valores singulares dos operadores integrais gerados pelo núcleo. A diferenciabilidade de funções positivas definidas também está relacionada aos espaços de Hilbert de reprodução gerados pelos núcleos associados. Um dos principais resultados mostra que o comportamento global de uma função positiva definida está completamente determinado por certas derivadas de ordem par na origem. Além disso, obtemos uma condição suficiente para que uma função positiva definida seja real analítica e determinamos um conjunto onde ela pode ser extendida holomorficamente.

Este trabalho foi desenvolvido em conjunto com os professores Ana Paula Peron e Eugênio Massa do ICMC - USP.

Este trabalho teve apoio da CAPES e FAPEMIG.

Banach-Stone theorems for algebras of germs of holomorphic functions

Daniela M. Vieira*

*USP, São Paulo, Brazil,
danim@ime.usp.br

Resumo

Let K be a compact Hausdorff topological space. We denote by $\mathcal{C}(K)$ the Banach space of all continuous functions $f : K \to \mathbb{K}$, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ or $\mathbb{C}$, endowed with the *sup* norm. The classical Banach-Stone theorem is:

Theorem 1: (Banach 1932, Stone 1937) *Let K and L be compact Hausdorff topological spaces. Then $\mathcal{C}(K)$ and $\mathcal{C}(L)$ are isometric if, and only if, K and L are homeomorphic.*

After that, several variations on the Banach-Stone have been studied, and we refer [1] for a nice exposition of those. We study variations of the Banach-Stone theorem for algebras of holomorphic functions and holomorphic germs on Banach spaces [2, 3, 4].

Let E be a Banach space and let $K \subset E$ be a compact subset. For each n, we denote: $U_n := K + B(0, \frac{1}{n})$. The topological algebra of *holomorphic germs* on K can be seen as the inductive limit:

$$\mathcal{H}(K) = \varinjlim_{n\in\mathbb{N}} \mathcal{H}_b(U_n)$$

The elements of $\mathcal{H}(K)$ are called *holomorphic germs* on K. In this talk we present our last result concerning algebras of germs of holomorphic germs, which is a generalization of a result of [3].

Theorem 2: *Let E and F Tsirelson-like Banach spaces, let $K \subset E$ and $L \subset F$ be balanced compact subsets. Then the algebras $\mathcal{H}(K)$ e $\mathcal{H}(L)$ are topologically isomorphic if, and only if, $\widehat{K}_{\mathcal{P}(E)}$ e $\widehat{L}_{\mathcal{P}(F)}$ are biholomorfically equivalent.*

Referências

[1] M. I. Garrido, J. A. Jaramillo, *Variations on the Banach-Stone theorem*, Extracta Math. 17 (2002), 351-383.

[2] D. M. Vieira, *Theorems of Banach-Stone type for algebras of holomorphic functions on infinite dimensional spaces*, Math. Proc. R. Ir. Acad. A 106 (2006), 97-113.

[3] D. M. Vieira, *Spectra of algebras of holomorphic functions of bounded type*, Indag. Mathem. N. S., 18 (2) (2007), 269-279.

[4] D. M. Vieira, *Polynomial approximation in Banach spaces*, J. Math. Anal. Appl. 328 (2007), 984-994.

Uma Propriedade Polinomial de Daugavet Alternativa

Elisa R. Santos*

*Faculdade de Matemática, UFU, MG, Brasil, *elisa@famat.ufu.br*. Agradeço à FAPEMIG pelo apoio financeiro.

Resumo

Seja X um espaço de Banach. Dizemos que X tem a *propriedade polinomial de Daugavet* (PDP) se todo polinômio fracamente compacto $P : X \to X$ satisfaz a equação $\|\mathrm{Id} + P\| = 1 + \|P\|$. E dizemos que X tem a *propriedade polinomial alternativa de Daugavet* (APDP) se todo polinômio fracamente compacto $P : X \to X$ satisfaz a equação $\max\{\|\mathrm{Id} + wP\| : |w| = 1\} = 1 + \|P\|$.

Apresentaremos um estudo sobre a estabilidade da propriedade polinomial alternativa de Daugavet sobre somas ℓ_∞, c_0 e ℓ_1. Para uma sequência de espaços de Banach $(X_j)_{j=1}^{\infty}$, provaremos que $\left[\bigoplus_{j=1}^{\infty} X_j\right]_{\ell_\infty}$ (ou $\left[\bigoplus_{j=1}^{\infty} X_j\right]_{c_0}$) tem a APDP se, e somente se, todo X_j tem APDP. E mostraremos que se $\left[\bigoplus_{j=1}^{\infty} X_j\right]_{\ell_1}$ tem a PDP (resp. a APDP), então todo X_j tem a PDP (resp. a APDP). Este resultados generalizam resultados de Y. S. Choi et al. [1], M. Martín e T. Oikhberg [2], e P. Wojtaszczyk [4]. Fazendo uso desses, obteremos exemplos de espaços de funções a valores vetoriais que têm a propriedade polinomial alternativa de Daugavet quando o espaço imagem tem tal propriedade. Para uma medida σ-finita μ, um espaço de Hausdorff compacto K e um espaço de Banach X, provaremos as seguintes afirmações: $L_\infty(\mu, X)$ tem a APDP se, e somente se, μ é não-atômica ou X tem a APDP; $C(K, X)$ tem a APDP se, e somente se, K não possui pontos isolados ou X tem a APDP; se $L_1(\mu, X)$ tem a PDP (resp. APDP), então μ é não-atômica ou X tem a PDP (resp. APDP).

As demonstrações dos resultados enunciados acima estão disponíveis em [3].

Referências

[1] CHOI, Y. S., GRACÍA, D., MAESTRE, M., MARTÍN, M. - The polynomial numerical index for some complex vector-valued function spaces. *Quart. J. Math.*, **59**, 455-474, 2008.

[2] MARTÍN, M. & OIKHBERG, T. - An alternative Daugavet property. *J. Math. Anal. Appl.*, **294**, 158-180, 2004.

[3] SANTOS, E. R. - An alternative polynomial Daugavet property. Preprint, 2014.

[4] WOJTASZCZYK, P. - Some remarks on the Daugavet equation. *Proc. Amer. Math. Soc.*, **115**, 1047-1052, 1992.

Análise Harmônica Diádica e a Conjectura A_2

Jean Carlo Pech de Moraes*

*Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Resumo

A classe de pesos A_p foi introduzida por Muckenhoupt [5] como todas as funçõees positivas w, tal que a função maximal de Hardy-Littlewood mapeia $L^p(w)$ nele mesmo. Precisamente, nós dizemos que uma função w, localmente integrável e positiva quase sempre, satisfaz a condição A_p se:

$$[w]_{A_p} := \sup_I \left(\frac{1}{|I|} \int_I w(x)dx \right) \left(\frac{1}{|I|} \int_I w^{-\frac{1}{p-1}}(x)dx \right)^{p-1} < \infty$$

onde o supremo é tomado sobre todos os intervalos da reta real e $[w]_{A_p}$ denota a característica A_p do peso. Em 1973, Hunt, Muckenhoupt, e Wheeden mostraram que a transformada de Hilbert é limitada em $L^p(w)$ se e somente se $w \in A_p$. Também em 1973, Coiffman e Fefferman [1] estenderam este resultado para todos os operadores Calderón-Zygmund. Anos depois da obtenção destes importantes resultados na Teoria de Pesos, matemáticos se interessaram em estudar como a norma, em $L^p(w)$, destes operadores dependiam da característica A_p do peso w. Quarenta anos após a classe A_p foi descoberta, Tuomas Hytönen provou o seguinte:

Teorema 1. [2] *Seja T um operador Calderón-Zigmund e w um peso A_p. Então, para $1 < p < \infty$,*

$$\|Tf\|_{L^p(w)} \leq C[w]_{A_p}^{\max\{1,1/(p-1)\}} \|f\|_{L^p(w)},$$

onde a constante C não depende da característica A_p de w.

Este resultado havia sido conjecturado por Carlos Peréz alguns anos atrás e esta conjectura ficou conhecida como Conjectura A_2.

Nesta palestra vamos fazer um apanhado sobre a conjectura A_2 e mostrar como as ferramentas de Análise Harmônica Diádica desempenharam um papel fundamental na sua demonstração. Além disso, discutiremos alguns problemas atuais de Teoria de Pesos, como o problema de dois pesos, onde se busca condições necessárias e suficientes sobre um par de pesos (u, v) tal que um dado operador mapeie $L^p(u)$ em $L^p(v)$. Condições deste tipo são conhecidas apenas para uma classe muito pequena de operadores.

Referências

[1] R. Coiffman, C. Fefferman. *Weighted norm inequalities for maximal functions and singular integrals*. Studia Math. 51 (1974), 241-250.

[2] T. Hytönen, *The sharp Weighted Bound for general Calderón-Sygmund Operators*. To appear Ann. Math. (2013)

[3] N.H. Katz, M. C. Pereyra, *On the two weight problem for the Hilbert transform*. Revista Matemática Iberoamericana 13 01 (1997), 211-242.

[4] J. C. Moraes and M. C. Pereyra, *Weighted estimates for dyadic Paraproducts and T-Haar multiplies with complexity* (m, n). To appear Pub. Mat. (2013).

[5] B. Muckenhoupt, *Weighted norm inequalities for the Hardy-Littlewood maximal function*. Trans. Amer. Math. Soc. 165 (1972), 207-226.

Um problema do O. Blasco e T. Signes sobre operadores somantes

Joedson Santos*

*Depto. de Matemática, UFPB, 58051-900, João Pessoa, PB.
E-mail: joedsonmat@gmail.com

Resumo

Daremos uma solução parcial para um problema apresentado por O. Blasco e T. Signes, em [1], relacionado com a existência de um teorema de dominação do tipo Pietsch para a classe dos operadores lineares (ℓ_p^s, ℓ_p)-somantes.

Referências

[1] O. Blasco and T. Signes, *Some classes of p-summing type operators*, Bol. Mat. Mej., 9 (2003), 119-133.

[2] G. Botelho, D. Pellegrino and P. Rueda, *A unified Pietsch Domination Theorem*, J. Math. Anal. Appl. 365 (2010), 269-276.

[3] J. Diestel, H. Jarchow and A. Tonge, *Absolutely summing operators*, Cambridge University Press, 1995.

[4] D. Pellegrino and J. Santos, *A general Pietsch Domination Theorem*, J. Math. Anal. Appl. 375 (2011), 371-374.

[5] D. Pellegrino, J. Santos and J.B. Seoane-Sepúlveda, *Some techniques on nonlinear analysis and applications*, Adv. Math. 229 (2012), 1235-1265.

[6] R. Ryan, *Introduction to Tensor Produts of Banach Spaces*, Springer, 2010.

[7] C. Samuel, *On operators from ℓ_s to $\ell_p\widehat{\otimes}\ell_q$ or to $\ell_p\widehat{\widehat{\otimes}}\ell_q$*, Colloq. Math. 121 (2010), 25-33.

I Congresso Brasileiro de
Jovens Pesquisadores em
Matemática Pura e Aplicada

On Reproducing Kernel Hilbert Spaces and Approximation

José Claudinei Ferreira*

*FAMAT-UFU, Uberlândia, MG, Brasil,
claudinei@famat.ufu.br. The author thanks FAPEMIG.

Resumo

Let X be a locally compact topological space and $K : X\times X \to \mathbb{C}$ be a continuous (hermitian) kernel. We are mainly concerned with integral operators $\mathcal{K} : L^2(X,\mu) \to L^2(X,\mu)$ of the form

$$\mathcal{K}(f)(x) := \int_X K(x,y)f(y)\,d\mu(y), \quad f \in L^2(X,\mu), \quad x \in X,$$

which are positive in the sense that

$$\langle \mathcal{K}(f), f\rangle_{L^2} \geq 0, \quad f \in L^2(X,\mu).$$

If μ is a strictly positive Borel measure, then this setting implies that this kernel is positive definite in the usual sense ([1]), that is,

$$\sum_{i,j=1}^{n} \overline{c_i} c_j K(x_i, x_j) \geq 0,$$

for all $n \geq 1$, $x_1, x_2, \ldots, x_n \in X$ and $c_1, c_2, \ldots, c_n \in \mathbb{C}$. This condition enable us to define an inner product on the (reproducing kernel) Hilbert space $\mathcal{H}_K$ containing $\{K^x := K(\cdot, x) : x \in X\}$ as subset, where

$$\langle K^x, K^y\rangle_K := K(y,x), \quad x,y \in X,$$

and holds the *reproducing property*

$$f(x) = \langle f, K^x\rangle_K, \quad f \in \mathcal{H}_K, \quad x \in X.$$

Among other things, this property ensures that $\mathcal{H}_K$ is composed of continuous functions only ([2]). This means that $\mathcal{H}_K$ is a subset of $C(X)$ and sometimes of $L^2(X,\nu)$. We may then ask in some applications: Is it a dense subset of one of those spaces? ([2, 3]).

To finish this abstract we would like to say that the Hilbert space structure of $\mathcal{H}_K$ and its relation to (positive) integral operators enter in the solution of many problems. Among this problems, we are now interested in approximate solutions of some integral equations [4] and analyze some density problems, trying to contribute in some lines we referred to.

Referências

[1] FERREIRA, J. C.; MENEGATTO, V. A. - *Eigenvalue decay rates for positive integral operators*, Annali di Matematica Pura ed Applicata December 2013, Volume 192, Issue 6, pp 1025-1041.

[2] — - *Positive definiteness, reproducing kernel Hilbert spaces and beyound*, AFA, 64-88, 2013.

[3] DING-XUAN ZHOU - *Density Problem and Approximation Error in Learning Theory*, Abstract and Applied Analysis Volume 2013 (2013), Article ID 715683.

[4] LI-HONG YANG,... - *The reproducing kernel method for solving the system of the linear Volterra integral equations with variable coefficients*, Journal of Computational and Applied Mathematics Volume 236, Issue 9, March 2012, Pages 2398-2405.

Eigenvalue Decay of Positive Integral Operators

Mario H. De Castro*

*The author thanks FAPEMIG and PROPP-UFU

Resumo

Let $\mathbb{M}$ be a compact two-point homogeneous space of dimension m. In this work, we will always consider $m \geq 2$. Let dx be the usual volume element on $\mathbb{M}$ and $L^2(\mathbb{M})$ the Hilbert space of all square-integrable complex functions on $\mathbb{M}$ endowed with the usual inner product normalized $\langle f, g\rangle_2$ and the derived norm $||\cdot||_2$.

We will deal with integral operators defined by

$$\mathcal{K}(f) = \int_{\mathbb{M}} K(\cdot, y) f(y)\, dy, \tag{1}$$

in which the generating kernel $K\colon \mathbb{M}\times\mathbb{M} \to \mathbb{C}$ is an element of $L^2(\mathbb{M}\times\mathbb{M})$. In this case, (1) defines a compact operator on $L^2(\mathbb{M})$. If K is L^2-*positive definite* in the sense that

$$\int_{\mathbb{M}}\int_{\mathbb{M}} K(x,y) f(x)\overline{f(y)}\, dxdy \geq 0, \quad f \in L^2(\mathbb{M}), \tag{2}$$

then $\mathcal{K}$ becomes a self-adjoint operator and the standard spectral theorem for compact and self-adjoint operators is applicable and we can write

$$\mathcal{K}(f) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n(\mathcal{K}) \langle f, f_n\rangle_2 f_n, \quad f \in L^2(\mathbb{M}), \tag{3}$$

in which $\{\lambda_n(\mathcal{K})\}$ is a sequence of nonnegative reals (possibly finite) decreasing to 0 and $\{f_n\}$ is an $\langle\cdot,\cdot\rangle_2$-orthonormal basis of $L^2(\mathbb{M})$. The numbers $\lambda_n(\mathcal{K})$ are the eigenvalues of $\mathcal{K}$ and the sequence $\{\lambda_n(\mathcal{K})\}$ takes into account possible repetitions implied by the algebraic multiplicity of each eigenvalue.

We observe that the addition of continuity to K implies that $\mathcal{K}$ is also *trace-class* (nuclear) ([2]). Consequently

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n(\mathcal{K}) = \int_{\mathbb{M}} K(x,x)\, dx < \infty, \tag{4}$$

and we can extract the most elementary result on decay rates for the eigenvalues of such operators, namely,

$$\lambda_n(\mathcal{K}) = o(n^{-1}). \tag{5}$$

In this work we analyze the asymptotic behavior of the sequence $\{\lambda_n(\mathcal{K})\}$ under additional smoothness assumptions on the kernel K.

Referências

[1] CASTRO, M. H.; MENEGATTO, V. A., *Eigenvalue decay of positive integral operators on the sphere*. Math. Comp. 81 (2012), no. 280, 2303-2317.

[2] GOHBERG, I. C.; KREIN, M. G. - *Introduction to the theory of linear nonselfadjoint operators*. Translations of Mathematical Monographs, Vol. 18 American Mathematical Society, Providence, R.I., 1969.

Regularidade de problemas de contorno elípticos em espaços de Gelfand-Shilov

Pedro Tavares Paes Lopes*

*IME - USP

Resumo

Apresentaremos resultados de regularidade em espaços de Gelfand-Shilov para problemas de contorno elípticos em domínios não limitados.

Tais problemas de contorno foram estudados inicialmente na década de 70 por autores como C. Parenti e H. O. Cordes. Estes autores (e outros que os seguiram) obtiveram resultados análogos aos clássicos resultados para problemas de contorno em domínios limitados: definiram um conceito de elipticidade que implica na propriedade de Fredholm, provaram resultados espectrais para estes operadores, resultados de regularidade e etc. Para tanto, assumiram que os coeficientes dos operadores diferenciais tivessem um decaimento polinomial.

Recentemente, autores como Rodino et al. estudaram equações lineares e semilineares em $\mathbb{R}^n$ com o mesmo tipo de coeficientes. Utilizando os espaços de Gelfand-Shilov, que, essencialmente, são funções de Schwartz com estimativas de Gevrey, eles conseguiram resultados precisos sobre a regularidade de soluções destas equações. Além disto, mostraram como aplicar estes resultados no estudo de equações KdV.

Inspirados por estes progressos recentes, provamos o mesmo tipo de regularidade obtida por Rodino et al., porém para os problemas elípticos de contorno. Utilizamos para isto técnicas pseudodiferenciais e os operadores de projeção definidos por Calderón.

Nosso objetivo é mostrar como estes resultados foram obtidos.

Estimativas para n-Larguras de Conjuntos de Funções Suaves sobre o Toro $\mathbb{T}^d$

Régis L. B. Stábile*, Sérgio A. Tozoni**

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - Campus Birigui
E-mail: registabile@ifsp.edu.br

**Universidade Estadual de Campinas - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
E-mail: tozoni@ime.unicamp.br

Resumo

A teoria de n-Larguras foi introduzida por Kolmogorov em meados da década de 1930. Desde então, muitos trabalhos têm visado obter estimativas assintóticas para n-larguras de Kolmogorov de diferentes classes de conjuntos.

Seja A um subconjunto fechado, convexo e centralmente simétrico de um espaço de Banach X. Definimos a n-largura de Kolmogorov de A em X por

$$d_n(A, X) = \inf_{X_n} \sup_{x \in A} \inf_{y \in X_n} \|x - y\|_X,$$

onde o ínfimo é tomado sobre todos os espaços n-dimensionais X_n de X. Se Y é um outro espaço de Banach e $T : X \longrightarrow Y$ um operador limitado, definimos a n-largura de Kolmogorov do operador T por $d_n(T) = d_n(T(B_X), Y)$, onde B_X denota a bola unitária fechada do espaço X.

Propomos com este trabalho, investigar n-larguras de Kolmogorov de operadores multiplicadores do tipo $\Lambda = \{\lambda_{\mathbf{k}}\}_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^d}$ e $\Lambda_* = \{\lambda^*_{\mathbf{k}}\}_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^d}$, $\Lambda, \Lambda_* : L^p(\mathbb{T}^d) \to L^q(\mathbb{T}^d)$ sobre o toro d-dimensional real $\mathbb{T}^d$, onde $\lambda_{\mathbf{k}} = \lambda(|\mathbf{k}|)$ e $\lambda^*_{\mathbf{k}} = \lambda(|\mathbf{k}|_*)$ para uma função λ definida no intervalo $[0, \infty)$, com $|\mathbf{k}| = \left(k_1^2 + \cdots + k_d^2\right)^{1/2}$ e $|\mathbf{k}|_* = \max_{1 \le j \le d} |k_j|$.

Na primeira parte, estabelecemos estimativas inferiores e superiores para n-larguras de operadores multiplicadores gerais. Na segunda parte, aplicamos tais resultados para os operadores multiplicadores específicos

$\Lambda^{(1)} = \left\{|\mathbf{k}|^{-\gamma}(\ln|\mathbf{k}|)^{-\xi}\right\}_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^d}$, $\Lambda^{(1)}_* = \left\{|\mathbf{k}|_*^{-\gamma}(\ln|\mathbf{k}|_*)^{-\xi}\right\}_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^d}$,

$\Lambda^{(2)} = \left\{e^{-\gamma|\mathbf{k}|^r}\right\}_{\mathbf{k}\in\mathbb{Z}^d}$ e $\Lambda_*^{(2)} = \left\{e^{-\gamma|\mathbf{k}|_*^r}\right\}_{\mathbf{k}\in\mathbb{Z}^d}$, com $\gamma, r > 0$ e $\xi \geq 0$.

Temos que $\Lambda^{(1)}U_p$ e $\Lambda_*^{(1)}U_p$ são conjuntos de funções finitamente diferenciáveis em $\mathbb{T}^d$, em particular, $\Lambda^{(1)}U_p$ e $\Lambda_*^{(1)}U_p$ são classes do tipo Sobolev se $\xi = 0$, já $\Lambda^{(2)}U_p$ e $\Lambda_*^{(2)}U_p$ são conjuntos de funções infinitamente diferenciáves ($0 < r < 1$), analíticas ($r = 1$) ou inteiras ($r > 1$) em $\mathbb{T}^d$, onde U_p denota a bola unitária fechada de $L^p(\mathbb{T}^d)$. Em particular, demonstramos que as estimativas para as n-larguras de Kolmogorov $d_n(\Lambda^{(1)}U_p, L^q(\mathbb{T}^d))$, $d_n(\Lambda_*^{(1)}U_p, L^q(\mathbb{T}^d))$, $d_n(\Lambda^{(2)}U_p, L^q(\mathbb{T}^d))$ e $d_n(\Lambda_*^{(2)}U_p, L^q(\mathbb{T}^d))$ são exatas em termos de ordem em diversas situações.

Referências

[1] Grafakos, L, *Classical Fourier Analysis*, Springer, second edition, 2008.

[2] Kushpel, A., Stábile, R. L. B., Tozoni, S., Estimates for n-widths of sets of smooth functions on the torus $\mathbb{T}^d$, *J. Approx. Theory* **183** (2014), 45-71.

[3] Pinkus, A., *n-Widths in Approximation Theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.

Complex Symmetry of Composition Operators

S. Waleed Noor*

*ICMC, University of São Paulo, Brazil
E-mail address: waleed math@hotmail:com

Resumo

A bounded operator T on a complex separable Hilbert space $\mathcal{H}$ is said to be *complex symmetric* if there exists an orthonormal basis for $\mathcal{H}$ with respect to which T has a self-transpose matrix representation. An equivalent way to define complex symmetry is the following: if a *conjugation* is a conjugate-linear operator $C : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ that satisfies the conditions

(a) C is isometric: $\langle Cf, Cg\rangle = \langle g, f\rangle \, \forall f, g \in \mathcal{H}$,

(b) C is involutive: $C^2 = I$,

then we say that T is complex symmetric if there exists a conjugation C such that $T = CT^*C$. Suppose $H^2(\mathbb{B}_n)$ is the classical Hardy space of analytic functions on the unit ball $\mathbb{B}_n \subset \mathbb{C}^n$ and define the composition operator C_ψ on $H^2(\mathbb{B}_n)$ by $C_\psi f = f \circ \psi$, where ψ is an analytic self-map of $\mathbb{B}_n$. In this presentation, a solution is given to problem posed by Stephan Ramon Garcia and Christopher Hammond [1]: *If φ is an involutive Moebius automorphism of $\mathbb{B}_n$, find a conjugation operator $\mathcal{J}$ on $H^2(\mathbb{B}_n)$ such that $C_\varphi = \mathcal{J} C_\varphi^* \mathcal{J}$.*

Referências

[1] S. R. Garcia and C. Hammond, *Which weighted composition operators are complex symmetric?* Operator Theory: Advances and Applications 236 (2014), 171-179.

[2] S. Waleed Noor, *Complex symmetry of composition operators induced by involutive ball automorphisms*, Proc. Amer. Math. Soc. 142 (2014), no. 9, 3103-3107.

Estimates for Fourier sums and eigenvalues of integral operators via multipliers on the sphere

Thaís Jordão*, Valdir A. Menegatto

*Universidade de São Paulo

Resumo

This work intends to provide decay rates for the sequence of eigenvalues of positive integral operators generated by kernels satisfying an abstract Hölder condition defined by a class of multipliers operators. For such purpose, the work involves the deduction of convenient estimates for the Fourier coefficients of integrable functions on the esphere through the rate of approximation of the class of multipliers operators that we will work with.

Let S^m denote the m-dimensional unit sphere in the euclidian space $\mathbb{R}^{m+1}$, endowed with the usual Lebesgue measure σ_m. We denote by ω_m the surface area of S^m. In this work, we will deal with the usual spaces $L^p(S^m) := L^p(S^m, \sigma_m)$, the norm of which we denote by $\|\cdot\|_p$. A multiplier operator refers to a linear operator T on $L^p(S^m)$ for which there exists a sequence $\{\eta_k\}$ of complex numbers (called the sequence of multipliers of T) such that $\mathcal{Y}_k(Tf) = \eta_k \mathcal{Y}_k(f)$, $f \in L^p(S^m)$ and $k = 0, 1, \ldots$. An important category of bounded multiplier operators are those given by a the convolution with a zonal measure. The class of bounded multiplier operators on $L^1(S^m)$ was characterized by C. Dunkl as that composed of operators which are convolutions with zonal measures on S^m. Among other things, this characterization reveals that the class of bounded multiplier operators on $L^2(S^m)$ is bigger than that of bounded multiplier operators on $L^1(S^m)$. Also, it is not hard to see that a multiplier operator on $L^2(S^m)$ is bounded if and only if its sequence of multipliers is bounded.

We first consider a family of multipliers operators $\{M_t :\in (0, \pi)\}$ acting on $L^2(S^m)$. We deduce an estimate for certain sums of Fourier coefficients of integrable functions on the sphere. Estimates of this sort can be found in [1] and it gives us a control of the growth of these coefficients by the rate of approximation of $\{M_t :\in (0, \pi)\}$. After that, we introduce a Hölder condition attached to it as follows.

We say that a a kernel K in $L^2(S^m \times S^m) := L^2(S^m \times S^m, \sigma_m \times \sigma_m)$ is $\{M_t : t \in (0,\pi)\}$-Hölder if there exist a real number $\beta \in (0,2]$ and a constant $B > 0$ so that

$$\int_{S^m} |M_t(K^y)(y) - K^y(y)| d\sigma_m(y) \leq Bt^\beta, \quad t \in (0,\pi). \tag{1}$$

The above Hölder condition is implied by the more classical one which demands the existence of $\beta \in (0,2]$ and a function B in $L^1(S^m)$ so that $\sup_x |M_t(K^y)(x) - K^y(x)| \leq B(y)t^\beta$, $y \in S^m$, $t \in (0,\pi)$.

Using a technique introduced in [2], the goal here is to deduce decay rates for certain positive integral operators on the sphere, those generated by a Mercer-like kernel satisfying a Hölder condition defined by a parameterized family of multipliers operators on $L^2(S^m)$, as that defined in (1). The main contribution of present work brings an important advance: the use of an abstract Hölder condition coupled with an abstract setting. In particular, many other settings can be putted into that of this note, and important classical results in the literature can be easily recovered ([2,3]).

Referências

[1] Ditzian, Z. - *Relating smoothness to expressions involving Fourier coefficients or to a Fourier transform.* J. Approx. Theory, 164 (2012), pp. 1369-1389.

[2] Jordão, T.; Menegatto, V. A. and Sun, Xingping - *Decay rates for eigenvalues of positive operators on spheres by fractional modulus of smoothness.* Approximation theory XIV: San Antonio 2013, Springer Proc. Math., New York: Springer, (2014), v. 83, pp. 239-254.

[3] Kühn, T. - *Eigenvalues of integral operators with smooth positive definite kernels.* Arch. Math. (Basel) 49 (1987), pp. 525-534.

Espaçabilidade em Espaços de Sequências

V.V. Fávaro*

*FAMAT-UFU, 38.400-902 – Uberlândia – Brazil, e-mail: vvfavaro@gmail.com

Resumo

Neste trabalho pretendemos dar um panorama geral dos resultados de lineabilidade e espaçabilidade para espaços de sequências, obtidos a partir de 2008, e culminando com recentes avanços obtidos até 2014. Pretendemos também explorar alguns problemas que permanecem em aberto a respeito de espaçabilidade maximal.

Para ilustrar alguns dos resultados que serão desenvolvidos neste trabalho, seja E um espaço vetorial topológico. Dizemos que $A \subset E$ é

- λ-*lineável* se $A \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial de dimensão λ (aqui λ pode ser um número natural ou um cardinal transfinito)
- *espaçável* se $A \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial de dimensão infinita e fechado em E.
- *maximal espaçável* se $A \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial fechado com a mesma dimensão de E.

Em [2] foi provado que para uma ampla classe de espaços de Banach e quase-Banach E de sequências de elementos de um espaço de Banach X, chamados *espaços de sequências invariantes*, e para todo $\Gamma \subseteq (0, +\infty]$, o conjunto $E - \bigcup_{p \in \Gamma} \ell_p(X)$ é vazio ou espaçável, onde $\ell_p(X)$ denota o espaço de todas as sequências de elementos de X que são absolutamente p-somáveis. Como um dos casos particulares deste resultado, obtém-se que $\ell_p(X) - \bigcup_{0<q<p} \ell_q(X)$ é espaçável. Mais ainda, utilizando um resultado de [1], obtém-se que $\ell_p(X) - \bigcup_{0<q<p} \ell_q(X)$ é maximal espaçável.

Recentemente, provamos que é possível considerar uma situação muito mais geral: dados espaços de Banach X e Y, uma função $f\colon X \longrightarrow Y$, um conjunto $\Gamma \subseteq (0, +\infty]$ e um espaço de sequências invariantes E de elementos de X, investigamos por exemplo a espaçabilidade do conjunto das sequências $(x_j)_{j=1}^{\infty} \in E$ e tais que $(f(x_j))_{j=1}^{\infty} \notin \bigcup\limits_{q \in \Gamma} \ell_q(Y)$. Note que o caso anterior se torna um caso particular considerando f como a identidade em X. Provamos também resultados

de espaçabilidade maximal em contextos que ainda não haviam sido abordados, por exemplo, nos espaços de Nakano.

Referências

[1] C. Barroso, G. Botelho, V. V. Fávaro and D. Pellegrino, *Lineability and spaceability for the weak form of Peano's theorem and vector-valued sequence spaces*, Proc. Amer. Math. Soc. **141** (2013), 1913–1923.

[2] G. Botelho, D. Diniz, V. V. Fávaro and D. Pellegrino, *Spaceability in Banach and quasi-Banach sequence spaces*, Linear Algebra Appl. **434** (2011), 1255–1260.