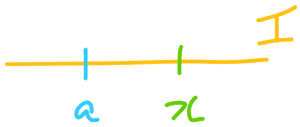
Função dada por um integral (T4 e T5) parte 2



$$F(x) = \int_a^x f(t)\,dt \in \mathbb{R} \Rightarrow F'(x) = f(x) \Rightarrow F \text{ é uma primitiva de } f$$

<u>Exercício</u>: Calcule $F'(x)$, sendo F dada por

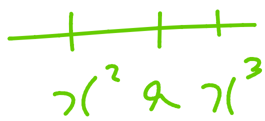
d) $F(x) = \displaystyle\int_1^{x^2} \operatorname{sen} t^3 \, dt$

$$G(y) = \int_1^y \operatorname{sen} t^3 \, dt \Rightarrow G'(y) = \operatorname{sen} y^3$$

$$F(x) = G(x^2) \Rightarrow F'(x) = G'(x^2).(x^2)'$$

$$\Rightarrow F'(x) = \operatorname{sen}\left((x^2)^3\right).2x = \operatorname{sen}(x^6)2x$$

e) $F(x) = \displaystyle\int_{x^2}^{x^3} \frac{1}{5+t^4}\, dt$ Seja a entre x^2 e x^3



$$F(x) = \int_{x^2}^a \frac{1}{5+t^4}\,dt + \int_a^{x^3} \frac{1}{5+t^4}\,dt = -\int_a^{x^2} \frac{1}{5+t^4}\,dt + \int_a^{x^3} \frac{1}{5+t^4}\,dt$$

$$F'(x) = -\frac{1}{5+(x^2)^4}\,2x + \frac{1}{5+(x^3)^4}\,.\,3x^2$$

f) $F(x) = \displaystyle\int_1^x x^3 e^{-t^2}\, dt = x^3 \int_1^x e^{-t^2}\,dt \Rightarrow F'(x) = 3x^2 . \int_1^x e^{-t^2}\,dt + x^3 e^{-x^2}$

g) $F(x) = \int_3^x \sqrt{t^4+1}\,dt \Rightarrow F'(x) = \sqrt{x^4+1}$

h) $F(x) = \int_x^5 e^{tg(t+8)}\,dt = -\int_5^x e^{tg(t+8)}\,dt \Rightarrow F'(x) = -e^{tg(x+8)}$

i) $F(x) = \int_8^{\operatorname{sen} x} \sqrt{1+t}\,dt \Rightarrow F'(x) = \sqrt{1+\operatorname{sen} x}\cdot\cos x$

Teorema: Seja f integrável em qualquer intervalo fechado contido no intevalo I e seja a um ponto fixo de I. Então a função dada por

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt\,, x \in I$$

é contínua em I.

Teorema: Sejam F como no teorema acima. Nessas condições, se f for contínua em $p \in I$, então F será derivável em p e $F'(p) = f(p)$.