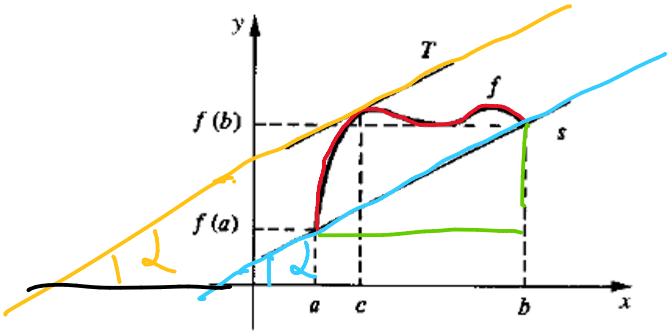
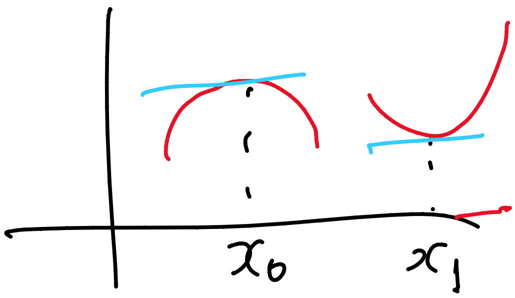
<u>Teorema do Valor Médio (TVM)</u>: Se f for uma função contínua em $[a, b]$ e derivável em $]a, b[$, então existirá pelo menos um $c \in]a, b[$ tal que

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c) \quad \text{ou} \quad f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$$



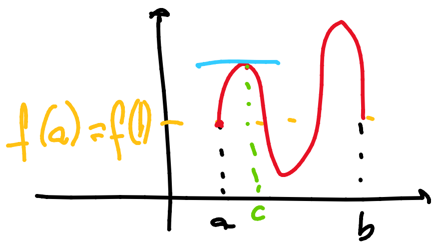
$$tg\,\alpha = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$$

<u>Observação</u>: Seja f é derivável em $]a, b[$. Se $x_0 \in]a, b[$ é um ponto de máximo ou de mínimo local de f, então $f'(x_0) = 0$.

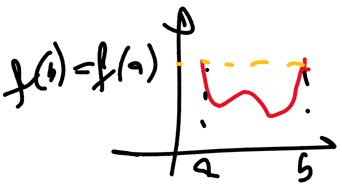


<u>Teorema de Rolle</u>: Se f for contínua em $[a, b]$, derivável em $]a, b[$ e $f(a) = f(b)$, então existirá pelo menos um c em $]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$.

<u>Demonstração</u>:



(T. Weierstrass) $\Rightarrow$ f assume um valor máximo e um valor mínimo

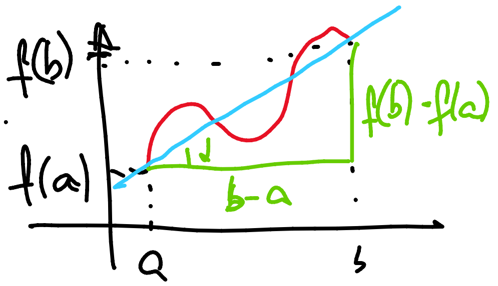


Se $f(a)=f(b)$ for o valor máximo, então o ponto de mínimo c está em $]a,b[$ e $f'(c)=0$

Analogamente, se a e b forem pts de mínimo de f

Se a e b não forem nem pontos de máximo e nem pontos de mínimo, os ponto de máximo c e o ponto de mínimo d estão no interior de $[a,b]$, ou seja $f'(c)=f'(d)=0$.

<u>Demonstração do TVM:</u>



$$S(x)=f(b)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-b)$$

Considere $\boxed{g(x)=f(x)-S(x)}$

Temos que $g(a)=f(a)-S(a)=f(a)-\left[f(b)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(a-b)\right]=0$

$$g(b)=f(b)-S(b)=\cancel{f(b)}-\left[\cancel{f(b)}+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(\cancel{b-b})\right]=0$$

$$\Rightarrow g(a)=g(b)$$

(T. Rolle) $\Rightarrow \boxed{\exists\, c\in\,]a,b[\ \text{tq}\ g'(c)=0.}$

$$g'(x)=f'(x)-S'(x)=f'(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$\underset{\substack{\| \\ 0}}{g'(c)}=f'(c)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\Rightarrow f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

c.q.d.