

# Taxa de variação (T4 e T5)

taxa de variação = derivada

## TAXAS RELACIONADAS

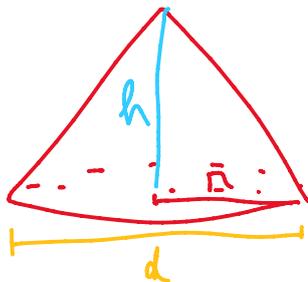
1. Um objeto circular tem seu raio variando de maneira desconhecida, mas sabe-se que quando seu raio é  $6m$ , a taxa de variação deste é  $4m/s$ . Determine a taxa de variação da área do objeto no instante em que seu raio é  $6m$ .



$$\begin{aligned} r(t) \\ r(t_0) = 6m \\ r'(t_0) = 4m/s \\ A'(t_0) = ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(t) &= \pi r^2(t) \\ A'(t) &= \pi \cdot 2r(t) \cdot r'(t) \\ A'(t_0) &= \pi \cdot 2r(t_0) \cdot r'(t_0) = 2\pi \cdot 6 \cdot 4 = 48\pi \text{ m}^2/s \end{aligned}$$

6. Despeja-se areia sobre o chão fazendo um monte que tem, a cada instante, a forma de um cone com diâmetro da base igual a três vezes a altura. Quando a altura do monte é de  $1.2m$ , a taxa de variação com que a areia é despejada é de  $0,081m^3/min$ . Qual a taxa de variação da altura do monte neste instante?



$$\begin{aligned} 2r = d = 3h \quad r = \frac{2}{3}h \\ h(t) = 1.2m \quad h = \frac{2}{3}r \\ V'(t_0) = 0.081 \text{ m}^3/\text{min} \\ h'(t_0) = ? \end{aligned}$$

$$V(t) = \frac{1}{3} \pi r^2(t) h(t) = \frac{\pi}{3} \left(\frac{2}{3}h(t)\right)^2 h(t)$$

$$V'(t) = \frac{\pi}{3} \left[ (2r^2(t)) h'(t) + r^2(t) (h'(t)) \right]$$

$$V(t) = \frac{2\pi}{9} h^3(t)$$

$$V'(t) = \frac{2\pi}{9} \cdot 3h^2(t) \cdot h'(t)$$

$$V'(t_0) = \frac{2\pi}{9} h^2(t_0) \cdot h'(t_0)$$

$$0,081 = \frac{2\pi}{9} \cdot (1,2)^2 \cdot h'(t_0) \Rightarrow h'(t_0) = \frac{1}{40\pi} \text{ m/min}$$

