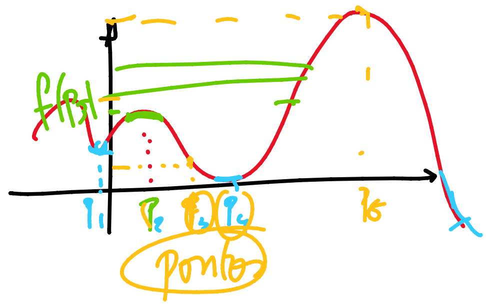
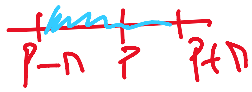
Máximos e mínimos (T4 e T5)



Definição: Sejam f uma função e $p \in D_f$. Dizemos que p é ponto de *máximo local* de f se existir $r > 0$ tal que

$$f(x) \leq f(p)$$

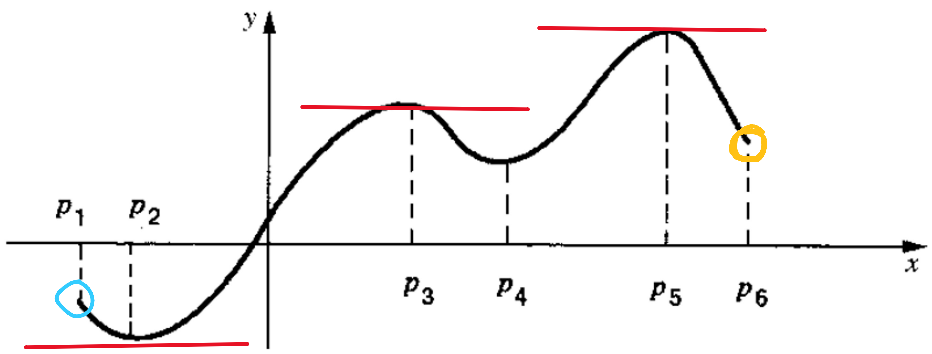


para todo x em $]p - r, p + r[\cap D_f$.

Por outro lado, dizemos que p é ponto de *mínimo local* de f se existir $r > 0$ tal que

$$f(x) \geq f(p)$$

para todo x em $]p - r, p + r[\cap D_f$.



p_1, p_3 e p_5 são pontos de máximo local; $f(p_5)$ é o valor máximo global de f
p_2, p_4 e p_6 são pontos de mínimo local; $f(p_2)$ é o valor mínimo global de f

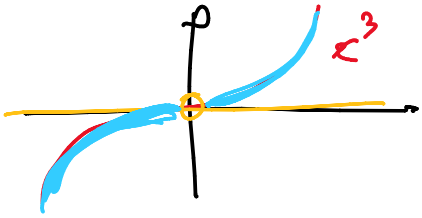
$f: [p_1, p_6] \to \mathbb{R}$, $f'(x) = 0 \Rightarrow p_2, p_3, p_4, p_5$ são pontos críticos

Definição: Sejam f uma função e $p \in D_f$. Dizemos que p é ponto de *máximo global (absoluto)* de f se $f(x) \leq f(p)$, para todo $x \in D_f$

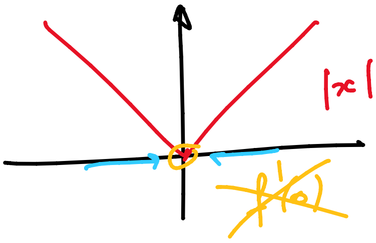
Por outro lado, dizemos que p é ponto de *mínimo global (absoluto)* de f se $f(x) \geq f(p)$, para todo $x \in D_f$.

Definição: Nesse casos, dizemos que $f(p)$ é o valor máximo de f ou valor mínimo de f, respectivamente.

Definição: Sejam f uma função derivável e $x_0 \in D_f$. Dizemos que x_0 é um ponto crítico de f se $f'(x_0) = 0$.



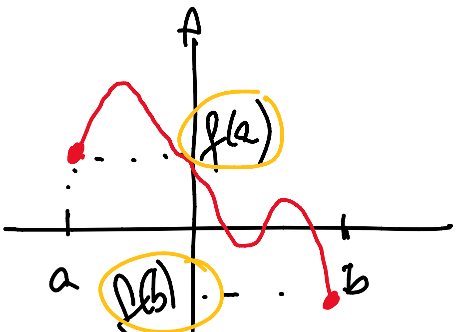
Observação: Os pontos críticos de f são candidatos a máximos e mínimos de f.



$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0} \frac{|x|-|0|}{x-0}$$
$$= \lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x} \text{ (não existe)}$$

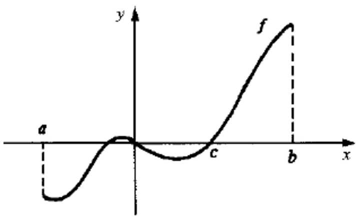
Teoremas de continuidade

$f: [a,b] \to R$ contínua

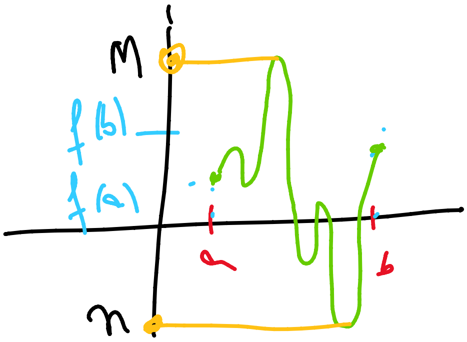


$f(a)$ e $f(b)$ sinais contrários $\Rightarrow$ $\boxed{f(a)f(b)<0}$

Teorema do anulamento (Bolzano): Seja $f:[a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua tal que $f(a).f(b) < 0$, então existe pelo menos um $c \in]a,b[$ tal que $f(c) = 0$.



$f: [a, b] \longrightarrow R$ contínua



<u>Teorema de Weierstrass</u>: Seja $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua, então existirão x_1 e x_2 tais que

$$f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$$

para todo $x \in [a, b]$.

Ex: $f : [-2, 4] \longrightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x^2$

$f'(x) = 2x$