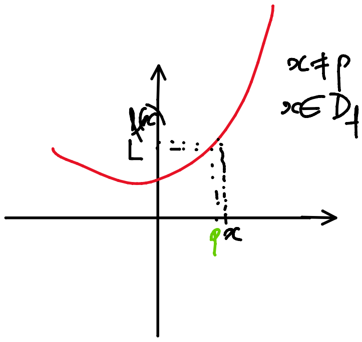
Limite - parte 1 (T4)

Limite de funções



$$\lim_{x \to p} f(x) = L$$

Exercícios: Calcule (intuitivamente) os seguintes limites:

$a)\ \lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)} = \lim_{x\to 2}(x+2) = 4$

$f'(p) = \lim_{x\to p} \frac{f(x)-f(p)}{x-p}$

Proposição: dadas duas funções f e g que diferem em apenas um número finito de pontos, então $\lim_{x\to p} f(x) = \lim_{x\to p} g(x)$, para $\forall p$

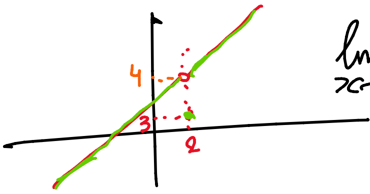
$b)\ \lim_{x\to 3}(x^2+2x+5) = 20$

$x \neq 3$

$f(3)$

$f(3) = 20$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$$



$\lim_{x\to 2} f(x) = 4$

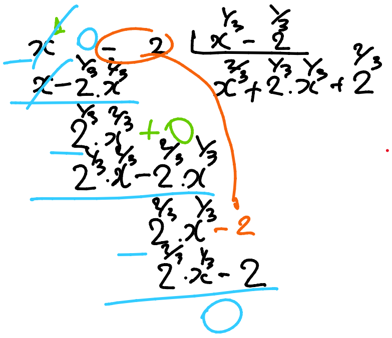
$\neq$

$f(2) = 3$

$c)\ \lim_{x\to 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} = \lim_{x\to 9} \frac{1\ \sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \lim_{x\to 9} \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{6}$

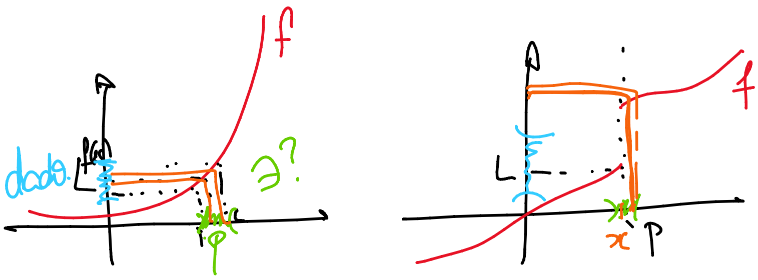
$c)\ \lim_{x\to 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} \cdot \frac{(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)} = \lim_{x\to 9} \frac{x-9}{x-9} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$

$$d)\ \lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2}}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{x^{1/3}-2^{1/3}}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{x^{2/3}-2^{2/3}}{\left(x^{1/3}-2^{1/3}\right)\left(x^{2/3}+2^{1/3}\cdot x^{1/3}+2^{2/3}\right)} = \frac{1}{3\sqrt[3]{4}}$$

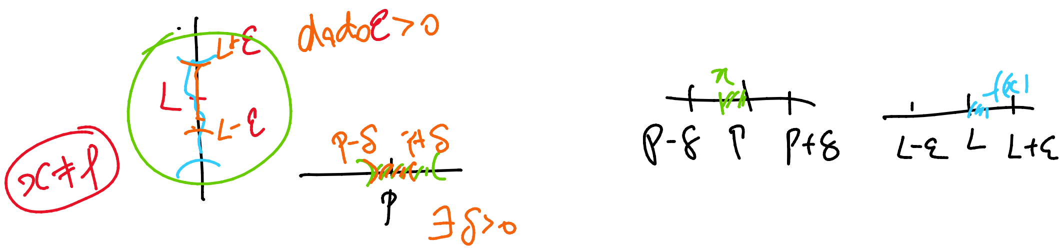


<u>Definição formal de limite</u>

<u>Definição:</u>



$\lim_{x\to p} f(x) = L \Leftrightarrow$ dado um intervalo aberto J, $J \ni L$, existe um intervalo aberto I, $I \ni p$ t.q. $\forall x \in I$ implica $f(x) \in J$



<u>Def</u>: $\lim_{x\to p} f(x) = L \Leftrightarrow$ dado $\varepsilon > 0$, $\exists \delta > 0$ t.q. $0 < |x-p| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

Definição: Sejam $f: A \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função e $p \in \mathbb{R}$. $\lim_{x \to p} f(x) = L \Leftrightarrow$ dado $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que $0 < |x - p| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$.