

ANTHONY BROOKE • DAVID KENDRIK  
ALEXANDER MEERAUS

**OTIMIZAÇÃO**

**MODELO** ————— **DECISÃO**

**PROGRAMA** ————— **SIMULAÇÃO**

**FÓRMULA** ————— **VALIDAÇÃO**

**ESCOPO** ————— **OBJETIVO**

**SISTEMA**

**GAMS**

**SISTEMA  
GERAL DE  
MODELAGEM  
ALGÉBRICA**



ANTHONY BROOKE  
DAVID KENDRICK  
ALEXANDER MEERAUS

# GAMS

SISTEMA GERAL DE MODELAGEM ALGÉBRICA

Tradução

JACOB ZIMBARG SOBRINHO  
Ph.D. pela Univesidade de São Paulo  
Professor adjunto do Instituto de Matemática da USP

Supervisão técnica

JULIO MICHAEL STERN  
Ph.D. pela Univesidade de Cornell, EUA  
Diretor do Centro de Matemática e  
Computação Aplicadas do IME – USP

**JMStern Pesquisa Operacional**



**EDITORA EDGARD BLÜCHER LTDA.**

© 1997 Anthony Brooke  
David Kendrick  
Alexander Meeraus

1ª edição - 1997

*É proibida a reprodução total ou parcial  
por quaisquer meios  
sem autorização escrita da editora*

EDITORA EDGARD BLÜCHER LTDA.  
Fax: (011) 852-2707  
Caixa Postal 5450  
01061-970 - S. Paulo - SP - Brasil

*Impresso no Brasil      Printed in Brazil*



# Conteúdo

CONTEÚDO .....	i
PREFÁCIO À EDIÇÃO BRASILEIRA .....	vii
PREFÁCIO .....	viii

## PARTE I – Introdução

1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 MOTIVAÇÃO .....	1
1.2 CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DE GAMS .....	1
(a) Princípios Gerais .....	1
(b) Documentação .....	2
(c) Portabilidade .....	2
(d) A interface com o usuário .....	3
(e) A Biblioteca de Modelos .....	3
1.3 ORGANIZAÇÃO DO LIVRO .....	3
1.4 PREPARANDO-SE PARA COMEÇAR .....	4
2 UM TUTORIAL GAMS .....	5
2.1 INTRODUÇÃO .....	5
2.2 A ESTRUTURA DE UM MODELO GAMS .....	8
2.3 CONJUNTOS .....	9
2.4 DADOS .....	11
(a) Entrada de dados por meio de listas .....	11
(b) Entrada de dados por meio de tabelas .....	13
(c) Entrada de dados por meio de atribuição direta .....	13
2.5 VARIÁVEIS .....	14
2.6 EQUAÇÕES .....	15
(a) Declaração de equações .....	15
(b) A notação de soma e produto em GAMS .....	15
(c) Definição de equações .....	16
2.7 FUNÇÃO OBJETIVO .....	18
2.8 OS ENUNCIADOS DO TIPO MODEL e SOLVE .....	18
2.9 OS ENUNCIADOS DO TIPO DISPLAY .....	19
2.10 A BASE DE DADOS “.LO, .L, .UP, .M” .....	19
(a) Atribuição do limite de variáveis e/ou valores iniciais .....	19

(b) Transformação e display dos valores ótimos . . . . .	20
2.11 SAÍDA DO PROGRAMA <i>GAMS</i> . . . . .	21
(a) Impressão de <i>echo</i> . . . . .	21
(b) Mensagens de erro . . . . .	23
(c) Mapas de referência . . . . .	25
(d) Listagens de equações . . . . .	26
(e) Estatísticas do modelo . . . . .	27
(f) Relatórios de status . . . . .	27
(g) Relatórios de solução . . . . .	28
2.12 CONCLUSÕES . . . . .	30

## PARTE II – A Linguagem *GAMS*

3 PROGRAMAS <i>GAMS</i> . . . . .	34
3.1 A ESTRUTURA DOS PROGRAMAS <i>GAMS</i> . . . . .	34
3.2 ORGANIZAÇÃO DOS PROGRAMAS <i>GAMS</i> . . . . .	35
3.3 DEFINIÇÕES E TIPOS DE DADOS . . . . .	37
3.4 ÍTENS DE LINGUAGEM . . . . .	37
(a) Caracteres . . . . .	37
(b) Palavras Reservadas e Tokens. . . . .	38
(c) Identificadores . . . . .	38
(d) Rótulos . . . . .	39
(e) Texto . . . . .	40
(f) Números . . . . .	40
(g) Delimitadores . . . . .	41
(h) Comentários . . . . .	41
3.6 SUMÁRIO . . . . .	42
4 DEFINIÇÕES DE CONJUNTOS . . . . .	43
4.1 CONJUNTOS SIMPLES . . . . .	43
4.2 O ENUNCIADO ALIAS: NOMES MÚLTIPLOS PARA CONJUNTOS . . . . .	46
4.3 SUBCONJUNTOS E VERIFICAÇÃO DE DOMÍNIO . . . . .	47
4.4 CONJUNTOS MULTIDIMENSIONAIS E FUNÇÕES . . . . .	47
4.5 SUMÁRIO . . . . .	50
5 ENTRADA DE DADOS: PARÂMETROS, ESCALARES & TABELAS . . . . .	52
5.1 PARÂMETROS . . . . .	52
5.2 ESCALARES . . . . .	54
5.3 TABELAS SIMPLES . . . . .	54
5.4 TABELAS CONTINUADAS . . . . .	55
5.5 TABELAS COM MAIS DE DUAS DIMENSÕES . . . . .	56
5.6 RELATOS DE ERROS DURANTE A COMPILAÇÃO . . . . .	58
5.7 ENUNCIADOS DO TIPO PARAMETER E TABLE QUE NÃO POSSUEM VERIFICAÇÃO DE DOMÍNIO . . . . .	59
5.8 CONCLUSÕES . . . . .	60

<b>6</b>	<b>MANIPULAÇÃO DE DADOS COM PARÂMETROS</b>	<b>62</b>
6.1	O ENUNCIADO DE ATRIBUIÇÃO	62
6.2	O ENUNCIADO DISPLAY	65
6.3	EXPRESSÕES SIMPLES	67
	(a) Operações aritméticas padrão	67
	(b) Operações Indexadas	68
	(c) Funções	69
	(d) Aritmética Estendida e Tratamento de Erros	71
6.4	TRATAMENTO DE EXCEÇÕES	72
	(a) Operadores Relacionais	72
	(b) O Operador Dólar	72
6.5	INTEGRIDADE DE DADOS E ENUNCIADO ABORT	76
6.6	UM EXEMPLO FINAL	77
6.7	CONCLUSÃO	80
<b>7</b>	<b>VARIÁVEIS</b>	<b>81</b>
7.1	DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS	81
7.2	LIMITES EM VARIÁVEIS	84
7.3	VARIÁVEIS EM DISPLAY E ENUNCIADOS DE ATRIBUIÇÃO	84
7.3	SUMÁRIO	86
<b>8</b>	<b>EQUAÇÕES</b>	<b>87</b>
8.1	DECLARAÇÃO DE EQUAÇÕES	87
8.2	DEFINIÇÕES SIMPLES DE EQUAÇÕES	88
8.3	DEFINIÇÕES DE EQUAÇÕES INDEXADAS	91
8.4	FUNÇÕES E OPERADORES ARITMÉTICOS UTILIZADOS EM DEFINIÇÕES DE EQUAÇÕES	92
8.5	OPERAÇÕES DÓLAR EM DEFINIÇÕES DE EQUAÇÕES	93
	(a) Controle das operações de índice pelo Dólar	93
	(b) Operadores Dólar internos à Álgebra	93
	(c) O Controle do Domínio de Definição de uma Equação pelo operador Dólar	95
8.6	ASPECTOS DO TRATAMENTO DE DADOS NAS EQUAÇÕES	96
8.7	SUMÁRIO	96
<b>9</b>	<b>ENUNCIADOS TIPO MODEL &amp; SOLVE</b>	<b>98</b>
9.1	O ENUNCIADO TIPO MODEL	98
9.2	CLASSIFICAÇÃO DE MODELOS	99
9.3	O ENUNCIADO SOLVE	100
9.4	PROGRAMAS COM VÁRIOS ENUNCIADOS DO TIPO SOLVE	101
	(a) Vários Modelos	101
	(b) Análise de Casos e Sensibilidade, e Relatórios	101
	(c) Implementação Iterativa de Algoritmos Não-standard	103
9.5	OPÇÕES USADAS COM ENUNCIADOS SOLVE	104
	(a) Detalhe de Controle de Saída	104
	(b) Controle dos Recursos do Computador Usado pelo Solver	105
	(c) Controle de Ações tomadas pelo Solver	106
	(d) O Controle pelo qual o Solver é Usado	107

9.6	TORNANDO NOVOS SOLVERS COMPATÍVEIS COM GAMS . . . . .	107
<b>10</b>	<b>SAÍDA GAMS</b>	<b>109</b>
10.1	SAÍDA DE COMPILAÇÃO . . . . .	109
	(a) Impressão de Echo do Arquivo de Entrada . . . . .	109
	(b) Mapas produzidos . . . . .	113
	(c) Diretivas Usuais de Controle tipo Dólar . . . . .	115
10.2	SAÍDA NA EXECUÇÃO . . . . .	116
10.3	SAÍDA PRODUZIDA POR UM ENUNCIADO DO TIPO SOLVE . . . . .	117
	(a) A Listagem da Equação . . . . .	117
	(b) A Listagem das Colunas . . . . .	119
	(c) Estatísticas do Modelo . . . . .	119
	(d) O Sumário do Solve . . . . .	120
	(e) A Listagem da Solução . . . . .	123
10.4	RELATÓRIO DE ERROS . . . . .	125
	(a) Erros de Compilação . . . . .	126
	(b) Erros de Execução . . . . .	127
	(c) Erros de Solve . . . . .	128
10.5	CONCLUSÃO . . . . .	129
<b>11</b>	<b>CONJUNTOS DINÂMICOS</b>	<b>130</b>
11.1	CONJUNTOS ESTÁTICOS E DINÂMICOS . . . . .	130
11.2	ATRIBUIÇÕES DE CONJUNTOS . . . . .	130
11.3	OPERAÇÕES DE CONJUNTOS: UNIÕES, INTERSECÇÕES E COMPLE- MENTOS . . . . .	133
11.4	VERIFICAÇÃO DE DOMÍNIOS COM CONJUNTOS DINÂMICOS . . . . .	134
<b>12</b>	<b>CONJUNTOS COMO SEQÜÊNCIAS: MODELOS DINÂMICOS</b>	<b>137</b>
12.1	CONJUNTOS ORDENADOS E NÃO ORDENADOS . . . . .	137
12.2	ORD E CARD . . . . .	138
12.3	OPERAÇÕES DE AVANÇO E RETROCESSO . . . . .	139
	(a) Atribuições de Avanços e Retrocessos . . . . .	139
	(b) Avanço e Retrocesso em Equações . . . . .	141
12.4	O ENUNCIADO LOOP . . . . .	143
12.5	CONCLUSÃO . . . . .	144
 <b>PARTE III – Tópicos especiais</b>  		
<b>13</b>	<b>O ENUNCIADO DISPLAY</b>	<b>146</b>
13.1	A ORDEM DOS RÓTULOS EM DISPLAYS . . . . .	147
13.2	ENUNCIADOS DE OPÇÕES QUE CONTROLAM DISPLAYS . . . . .	149
13.3	EXPORTAÇÃO DE DADOS PARA OUTROS PROGRAMAS . . . . .	151

<b>14 SALVANDO E RECOMEÇANDO: O ARQUIVO DE TRABALHO</b>	<b>153</b>
14.1 O CONCEITO DE ARQUIVO DE TRABALHO . . . . .	153
14.2 SALVANDO OS ARQUIVOS DE TRABALHO . . . . .	154
14.3 REINICIANDO . . . . .	155
14.4 MANEIRAS DE APROVEITAR OS ARQUIVOS DE TRABALHO . . . . .	156
(a) Programa de Desenvolvimento Incremental . . . . .	156
(b) Lidando com Sequências de Solves Difíceis . . . . .	156
(c) Cenários múltiplos . . . . .	157
14.5 SUMÁRIO . . . . .	157
<b>15 PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR</b>	<b>159</b>
15.1 ASPECTOS GERAIS DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR . . . . .	159
(a) Valores Iniciais . . . . .	160
(b) Limites . . . . .	160
(c) Escalonamento . . . . .	161
(d) Reformulação da Função Objetivo . . . . .	162
(e) Derivadas Descontínuas e Ótimos Múltiplos . . . . .	162
15.2 ASPECTOS PARTICULARES A RESPEITO DE GAMS/MINOS . . . . .	162
(a) O Sumário do Solve GAMS/MINOS . . . . .	163
(b) Confronto com a não Viabilidade não-linear . . . . .	164
(c) O Sumário da Tela . . . . .	165
(d) Desconsiderando a Base . . . . .	165
(e) O Uso dos Arquivos de Opções GAMS/MINOS . . . . .	165
<b>16 PROGRAMAÇÃO INTEIRA MISTA</b>	<b>167</b>
16.1 ASPECTOS GERAIS A RESPEITO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA E MISTA . . . . .	167
(a) As Tolerâncias de Término em GAMS . . . . .	167
(b) Reiniciando as execuções MIP . . . . .	168
16.2 ASPECTOS PARTICULARES A RESPEITO DE GAMS/ZOOM . . . . .	168
<b>17 MODELOS DE GRANDE PORTE</b>	<b>170</b>
17.1 PORQUE MODELOS DE GRANDE PORTE DEVEM SER EVITADOS . . . . .	170
17.2 COMO LIDAR COM MODELOS DE GRANDE PORTE . . . . .	171
17.3 LIMITAÇÕES DE TAMANHO EM GAMS E SEUS SOLVERS . . . . .	171
17.4 CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DE EFICIÊNCIA . . . . .	174
<b>18 PONTUAÇÃO ENFRAQUECIDA</b>	<b>176</b>
18.1 PONTO E VÍRGULA . . . . .	176
18.2 VÍRGULA . . . . .	177
18.3 FINAL DE LINHA . . . . .	177
18.4 ASPAS . . . . .	177

<b>19 A BIBLIOTECA DE MODELOS</b>	<b>179</b>
19.1 INTRODUÇÃO	179
19.2 OS MODELOS	180
19.3 REFERÊNCIAS	184

## APÊNDICES

<b>A A CHAMADA <i>gams</i></b>	<b>190</b>
A.1 A CHAMADA GENÉRICA <i>gams</i> "SEM XABU"	190
A.2 A CHAMADA GENÉRICA DE "OPÇÃO"	191
A.3 EXEMPLOS DE SEQUÊNCIAS DE CHAMADA PARA MICROS MS-DOS	192
A.4 EXEMPLOS DE SEQUÊNCIAS DE CHAMADA PARA SISTEMAS IBM CMS	193
A.5 EXEMPLOS DE SEQUÊNCIAS DE CHAMADA PARA SISTEMAS VAX VMS	193
<b>B OPÇÕES DE CONTROLE PELO DÓLAR</b>	<b>194</b>
B.1 CONTROLES DE FORMATAÇÃO DA ENTRADA	194
B.2 CONTROLES DE FORMATAÇÃO DA SAÍDA	195
B.3 CONTROLES DAS REFERÊNCIAS DE MAPAS	197
B.4 EXEMPLO	198
<b>C O ENUNCIADO OPTION</b>	<b>201</b>
<b>D <i>gams</i>/MINOS</b>	<b>204</b>
D.1 UMA DESCRIÇÃO GERAL DE <i>gams</i> /MINOS	204
D.2 O FORMATO DE UM ARQUIVO DE OPÇÕES <i>gams</i> /MINOS	210
D.3 OPÇÕES <i>gams</i> /MINOS	212
D.4 REFERÊNCIAS	230
<b>E <i>gams</i>/ZOOM</b>	<b>231</b>
E.1 UMA VISÃO GERAL DE ZOOM	231
E.2 OPÇÕES <i>gams</i> /ZOOM ESPECIFICADAS EM SEU PROGRAMA	240
E.3 FORMATO DO ARQUIVO DE OPÇÕES <i>gams</i> /ZOOM	241
E.4 OPÇÕES <i>gams</i> /ZOOM	242
E.5 DICAS PARA CONTROLAR A RAMIFICAÇÃO E PODA	245
<b>F GRAMÁTICA</b>	<b>247</b>
<b>G GLOSSÁRIO</b>	<b>254</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>263</b>
<b>ÍNDICE</b>	<b>280</b>

---

## PREFÁCIO À EDIÇÃO BRASILEIRA

Tem sido um grande prazer para a J.M.Stern Pesquisa Operacional representar no Brasil o Software GAMS (Sistema Genérico de Modelagem Algébrica). GAMS é hoje o sistema de Programação Matemática mais utilizado em todo o mundo para modelagem em Pesquisa Operacional. Vários fatores contribuem, a nosso ver, para tal sucesso:

1. A Linguagem GAMS possui uma sintaxe simples, intuitiva e poderosa, que permite descrever com facilidade modelos complexos de Otimização.
2. O Sistema GAMS tem uma filosofia aberta, sendo compatível com uma grande variedade de *solvers*, i.e., programas resolventes para os problemas de Programação Matemática gerados pelo modelo de Pesquisa Operacional.
3. A existência de uma ampla biblioteca de modelos, já desenvolvidos e testados, facilita o desenvolvimento de novos programas.

A tradução deste guia para o Português é parte do esforço da J.M.Stern-P.O. de dar suporte para a crescente comunidade de usuários GAMS no Brasil. Esperamos também que a tradução do guia contribua para o ensino de Pesquisa Operacional e todas as suas áreas de aplicação. Os interessados poderão obter uma versão estudantil de GAMS e alguns solvers, juntamente com uma pequena biblioteca de exemplos. Para tanto, contacte-nos no endereço eletrônico abaixo. Somos gratos a vários alunos e professores da USP, UNICAMP e PUC-CAMP, por suas sugestões no trabalho de revisão desta tradução.

A biblioteca que acompanha a versão estudantil inclui exemplos nas áreas de Administração, Agro-Indústria, Comunicações, Desenvolvimento, Ecologia, Economia, Energia, Engenharia, Estatística, Finanças, Matemática, Nutrição, Planejamento, e Política de Comércio, Militar, de Transporte, Tributária, Urbana, etc.

J.M.Stern Pesquisa Operacional e  
Equipamentos de Informática Ltda.  
Rua Marcelino Ritter 1, Pacaembu,  
01246-090, São Paulo, Brasil.  
Tel/Fax: (+55-11)-259-1217 3159-2278  
E-mail: [stern@usa.net](mailto:stern@usa.net)

Este guia de estudos descreve os principais aspectos de GAMS (a sigla abrevia General Algebraic Modelling System) e ensina como usá-lo. GAMS foi projetado para fazer a construção e resolução de modelos matemáticos amplos e complexos de forma mais direta para programadores, e mais inteligível para usuários de modelos em outras disciplinas, e.g., economistas. Pelo fato de poder efetuar enunciados concisos de modelos em uma linguagem que pode ser facilmente lida tanto por especialistas como por computadores, GAMS pode aumentar substancialmente a produtividade dos modelistas e expandir bastante a extensão e o uso das aplicações de programação matemática em análise de políticas e tomadas de decisão.

O ímpeto para o desenvolvimento de GAMS adveio das experiências frustrantes de um grupo de modelagem econômica do Banco Mundial. Mesmo as técnicas disponíveis mais evoluídas para desenvolver e resolver, e.g., modelos econômicos multi-setoriais em larga escala ou ainda modelos amplos de simulação e otimização em setores tais como agricultura, siderurgia e fertilizantes, possuíam sérios defeitos. Os programadores do grupo escreviam programas em FORTRAN para preparar a solução de cada modelo; o trabalho era entediante, exigindo muitos esforços, e os erros eram fáceis de fazer e difíceis de achar. Além disso, os economistas envolvidos freqüentemente achavam as representações computadorizadas de seus modelos complicadas, consumindo muito tempo para a compreensão e o trabalho; o programador do modelo, às vezes, era a única pessoa que conhecia exatamente como o modelo funcionava. Assim, a demissão de um programador fazia com que demorassem meses até que seu sucessor dominasse o programa. Os modelos também eram difíceis e caros demais para serem mudados, especialmente se a mudança contemplada não houvesse sido planejada ou prevista. Nas apresentações em seminários, os modeladores tinham que defender as versões existentes dos modelos, algumas vezes irracionalmente, porque o tempo e dinheiro envolvidos em mudanças tornavam as modificações propostas proibitivas. Esses modelos não podiam ser adaptados a novos ambientes, não apenas pelo conhecimento especializado de programação necessário, mas também porque os formatos de dados e os métodos de solução não eram portáteis. GAMS foi projetado para mudar essa situação, fornecendo uma estrutura de sistemas e uma linguagem de programação na qual concisão de expressões, generalidade e portabilidade são passíveis de fácil manutenção, além de usar o computador para rastrear tantos detalhes de programação quantos possíveis.

Tendo em vista as origens do sistema, não se constituiu em surpresa que as pessoas que desenvolveram GAMS devam considerável gratidão ao Banco Mundial. A pesquisa e desenvolvimento de GAMS foram custeados pela Comissão de Pesquisa do Banco (RPO671-58 e 673-06), e foram executados sob a direção de Alexander Meeraus no Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (mais tarde Departamento) em Washington D.C. Muitas pessoas participaram do projeto e da implementação do sistema em tempos diversos; uma vez que a atribuição exata de cada um dos mesmos é impossível, nós simplesmente os listamos em ordem alfabética: Masood Ahmad, John Ayler, Jan Bisschop, Pete Bleyendaal, Tony Brooke, Henrik

Dahl, Arne Drud, Paul van der Eijk, Richard Inman, David Kendrick, Mohammed Ketabchi, Yonatan Levi, Alex Meeraus, Soren Nielsen, Sethu Palaniappan, Helen Patton, Skip Paules, Peter Pellemans, Mohammed Pourghadiri, e Ardy Stoutjesdijk. Os autores principais do *software* são: Tony Brooke, Paul van der Eijk e Alexander Meerhaus.

Sem o apoio, compreensão, e compromisso da administração *senior*, o projeto seria impossível. Em ordem cronológica, J. Duloy, A. Stoutjesdijk, e G. Ingram, foram os diretores responsáveis pelo departamento, e Hollis B. Chennery e Anne O. Kreuger, os vice-presidentes. B. Balassa, B. King e D. Lal foram administradores de pesquisa. Nós todos muito lhes devemos.

Também muito devemos a Allan Manne e Michael Saunders. Eles revisaram incansavelmente sucessivas versões deste livro e contribuíram para torná-lo mais claro, menos prolixo e mais didático. Peter Bocock fez um excepcional trabalho de edição e de arte final, e também recebemos comentários e sugestões de J. Colias, P. Manouchehri-Adib, B. McCullough, B. Paulin, S. Rogers, e R. Rosenthal.

Somos também gratos a Roy Marsten e Michael Saunders por cederem seu tempo gratuitamente enquanto ZOOM e MINOS estavam sendo modificados para rodar com GAMS. Também somos gratos àqueles que escreveram partes deste livro: Rick Rosenthal, pelo Capítulo 2, o tutorial; Philip Gill, Walter Murray, Bruce Murtagh, Michael Saunders e Margaret Wright, pelo Apêndice D sobre GAMS/MINOS; Roy Marsten e Jaya Singhal, pelo Apêndice E sobre GAMS/ZOOM. Um muito obrigado a todos os usuários de GAMS, que são em demasiado número para serem mencionados individualmente, que fizeram comentários sobre o *software*, nos mostraram seus modelos, e relataram alguns erros.

Anthony Brooke  
*The World Bank*

David Kendrick  
*The University of Texas*

Alexander Meeraus  
*The World Bank*