

## FONDAMENTI LOGICI DEL RAGIONAMENTO PROBABILISTICO

In: « *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana* », 1930, n. 5, pp. 1-3.

## Fondamenti logici del ragionamento probabilistico.

Nota di BRUNO DE FINETTI (a Roma).

**Sunto.** - *Concezione oggettiva e soggettiva della logica formale e della logica probabilistica. Fondamenti logici del ragionamento probabilistico (principi della teoria delle probabilità) secondo la concezione soggettiva.*

La « verità » di un'asserzione, di una proposizione, si può intendere in due modi: o, in senso obbiettivo, come conformità a una realtà esterna, concepita come indipendente da noi, o, in senso soggettivo, come conformità alle nostre proprie opinioni, impressioni, sensazioni.

La logica è la scienza che dalla verità o falsità di certe premesse insegna a dedurre e concludere la verità o falsità di certe conseguenze; a seconda del senso che daremo al concetto di verità, avremo dunque due modi diversi di concepire la logica. Se la verità si concepisce in senso obbiettivo, la logica appare come una proprietà di cui deve godere il mondo reale, come una specie di legge esteriore che regola la verità o falsità, in senso obbiettivo, di certe proposizioni. Se ci si limita invece all'aspetto soggettivo, la logica non riguarda che i processi mentali, e non insegna se non la coerenza del pensiero con sè stesso. Questa seconda accezione è più generale e più larga dell'altra, perchè indipendente da ogni particolare precisazione del valore da dare al concetto di « vero » o « falso ».

Di molte asserzioni, o *proposizioni*, spesso non sappiamo dire se sono « vere » o « false » (ad es. per quasi tutto ciò che riguarda gli eventi futuri), ma soltanto se sono più o meno *verosimili* o *probabili*. Anche qui si presentano le due medesime alternative: di concepire tale valutazione di probabilità come avente un senso obbiettivo, o come avente semplicemente un senso soggettivo. Quasi sempre si cerca, anche con grandi sforzi, di persuadere e di per-

suadersi dell'esistenza di un significato obbiettivo; tutti questi sforzi ebbero però sempre un esito poco soddisfacente, tanto vero che nessuna definizione o concezione della probabilità ha mai saputo imporsi o affermarsi.

Il calcolo delle probabilità è la logica del probabile. Come la logica formale insegna a dedurre la verità o falsità di certe conseguenze dalla verità o falsità di certe premesse, così il calcolo delle probabilità insegna a dedurre la maggiore o minore verosimiglianza o probabilità di certe conseguenze dalla maggiore o minore verosimiglianza o probabilità di certe premesse. Per chi attribuisca alla probabilità un significato obbiettivo, il calcolo delle probabilità dovrebbe avere un significato obbiettivo, i suoi teoremi esprimere delle proprietà che nel campo del reale risultano soddisfatte. Ma è inutile fare simili ipotesi. Basta limitarsi alla concezione soggettiva, considerare cioè la probabilità come il grado di fiducia sentito da un dato individuo nell'avverarsi di un dato evento, e si può dimostrare che i noti teoremi del calcolo delle probabilità sono condizioni necessarie e sufficienti perchè le opinioni di un dato individuo non siano intrinsecamente contraddittorie e incoerenti.

Ho svolto in *Probabilismo - Saggio critico sulla teoria delle probabilità e sul valore della scienza* (1), le critiche filosofiche con cui dimostro assurda ogni pretesa di dare alla probabilità un significato obbiettivo, e chiarisco tutto il valore e l'importanza del concetto di probabilità e del calcolo delle probabilità, benchè non abbiano senso che dal punto di vista soggettivo. Come su tali basi si possa costruire, con tutto rigore, tutta la teoria delle probabilità lo dimostro in una Memoria, già redatta, *Fondamenti per la teoria della probabilità* (2).

La proprietà essenziale su cui riposa tutto il calcolo delle probabilità si può esprimere, e, si noti, in forma puramente *qualitativa*, come segue:

se  $E'$  ed  $E''$  sono due eventi, ciascuno dei quali incompatibile con un evento  $E$ , ed è

$$E' \text{ non meno probabile di } E''$$

è anche

$$(E + E') \text{ non meno probabile di } (E + E'')$$

e *inversamente* (dove il segno + indichi la somma logica).

(1) Sarà pubblicato nella rivista filosofica « Logos ».

(2) V. anche *Problemi determinati e indeterminati nel calcolo delle probabilità*. « Rend. Lincei », (pres. 2 novembre 1930-IX).

Si può, e per diverse vie, introdurre come d'uso la misura numerica di una probabilità; allora la condizione necessaria e sufficiente per la coerenza assume una forma ancor più significativa, che ha il solo difetto di essere di natura quantitativa anziché puramente qualitativa come la precedente. Diciamo *scommessa equa*, per un dato individuo, che  $\text{valuti} = p$  la probabilità di un evento  $E$ , quella che dà a uno dei competitori un guadagno  $(1-p)S$  se  $E$  si verifica, e all'altro un guadagno  $pS$  se  $E$  non si verifica (dove  $S$  è una somma qualunque). È naturale dire incoerente un individuo se un insieme di scommesse che egli giudica eque dà un guadagno sicuro a uno dei due competitori, come nel seguente esempio. A una gara partecipino due italiani: i concorrenti A e B; si valutino  $p_A = 0,60$ ,  $p_B = 0,20$ ,  $p = 0,70$  rispettivamente la probabilità di una vittoria di A, di una vittoria di B, di una vittoria italiana. Allora sarebbero eque le tre scommesse che diano:

la 1<sup>a</sup> un guadagno di 40 L. o una perdita di 60 a seconda che A vinca o non vinca;

la 2<sup>a</sup> un guadagno di 80 L. o una perdita di 20 a seconda che B vinca o non vinca;

la 3<sup>a</sup> una perdita di 30 L. o un guadagno di 70 a seconda che vinca un italiano o no.

Vinca A, vinca B, vinca un concorrente straniero, in ogni caso si vince una scommessa e se ne perdono due, e il risultato è che si perdono sempre 10 lire ( $40 - 20 - 30 = 80 - 60 - 30 = 70 - 60 - 20 = -10$ ). Mentre se si rispetta il teorema delle probabilità totali, facendo  $p = p_A + p_B$  (ad es., se si valuta  $p_A = 0,60$  e  $p_B = 0,20$ , valutando coerentemente  $p = 0,80$ ) un simile inconveniente non può mai aver luogo.

Ebbene: l'accennata condizione necessaria e sufficiente per la coerenza si riduce a questo. Evitare che mediante un insieme di scommesse giudicate eque si possa ottenere un guadagno sicuro per uno dei competitori. L'esempio precedente mostra anzi come da tale condizione si possa dedurre e dimostrare il teorema delle probabilità totali (1).

(1) V. ad es. la Nota cit. ai Lincei.