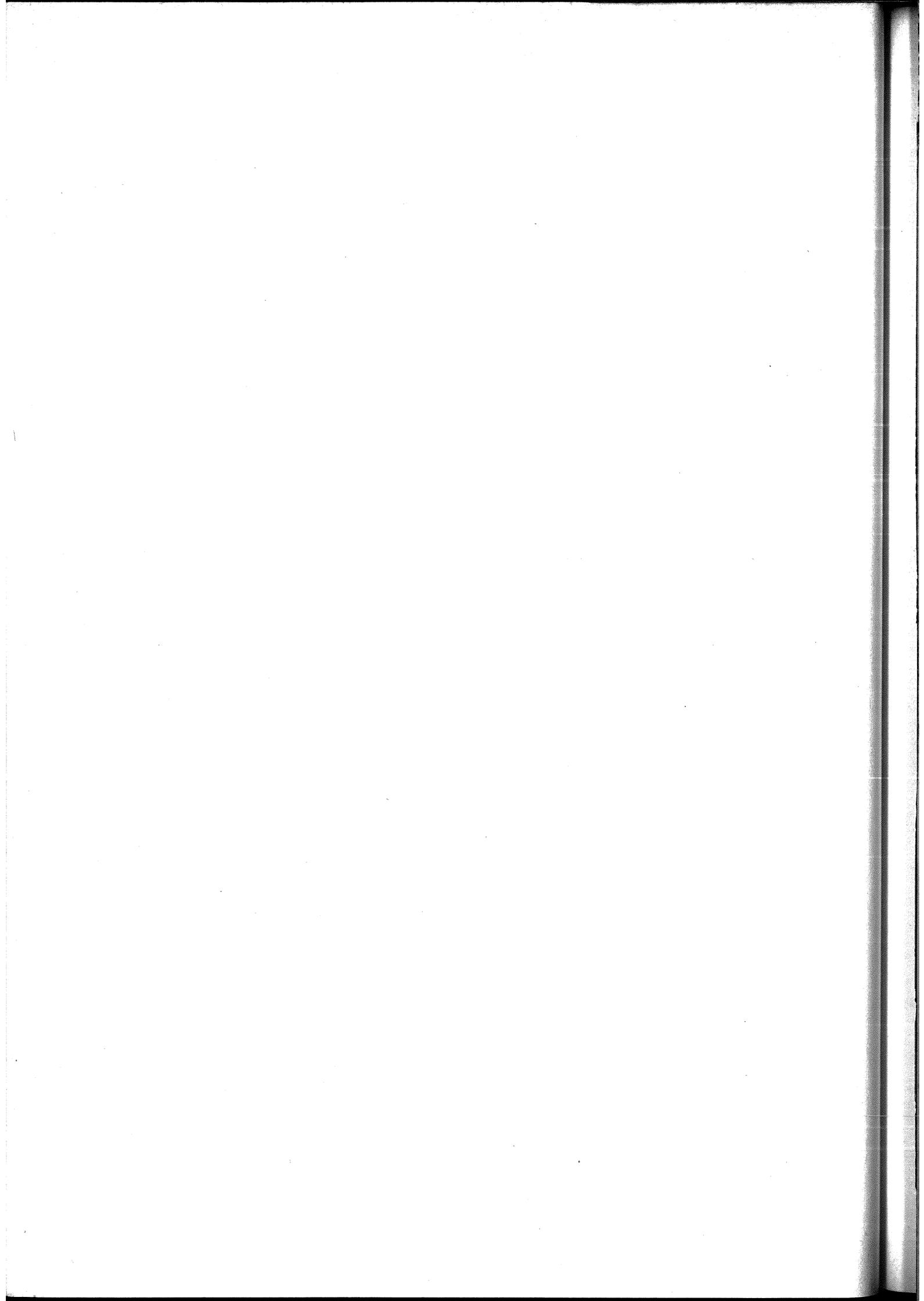


CONSERVAZIONE E DIFFUSIONE DEI CARATTERI
MENDELIANI. NOTA I. CASO PANMITTICO.

In: « *Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei* », 1927, vol. V, fasc. 11-12,
pp. 913-921.



Biologia matematica. — *Conservazione e diffusione dei caratteri mendeliani.* Nota I. *Caso panmittico.* Nota di B. DE FINETTI, presentata ⁽¹⁾ dal Corresp. C. FOÀ.

Cosa avviene di un carattere ereditario, trasmissibile secondo le leggi di Mendel, col passare delle generazioni? Conoscendo ad un certo istante la ripartizione di un dato insieme di popolazione, ossia le percentuali dei due genotipi omozigoti opposti e quella degli eterozigoti, possiamo cioè prevedere come tale ripartizione varierà in avvenire? In particolare: esisterà una ripartizione di regime, cui si tenda indefinitamente ad avvicinarsi? E, se esiste, la si può determinare?

Chi abbia prestato un po' d'attenzione alla geniale e suggestiva teoria di Mendel sull'ereditarietà dei caratteri, chi, ad esempio, abbia letto l'interessantissimo libro di P. Enriques: *L'Eredità nell'Uomo* (Vallardi, 1924), si sarà certo prospettato questo problema, si sarà certo fatte, in forma precisa o vaga, queste domande, sia che, con mentalità scientifica, abbia volto lo sguardo al quadro generale della teoria, sia che, impressionato da qualche particolare carattere ereditario, abbia sentito il bisogno d'una risposta che assumeva in quel caso ai suoi occhi un interesse palpitante.

L'Enriques tratta acutamente nel Capitolo VI le « *questioni generali e sociali* » che si ricollegano all'ereditarietà, tra cui (§ II, p. 332) anche quella che abbiamo ora prospettata. La sua natura è tale, però, che coi soliti modi di ragionamento si può giungere a ben poche conclusioni, e molto imprecise, e molto incerte, e comunque riguardanti sempre casi straordinariamente semplici, e soggette a ipotesi grandemente restrittive. Per trovare qualche risultato meno vago e più generale occorre il sussidio dell'analisi matematica.

(1) Nella seduta del 15 maggio 1927.

Vogliamo qui riassumere in forma elementare alcuni risultati stabiliti per tale via, cercando anche — per non enunciarli senza alcuna giustificazione o spiegazione — di dare un'idea intuitiva del criterio su cui le ricerche furono basate. I calcoli si trovano svolti nel mio articolo *Considerazioni matematiche sull'ereditarietà mendeliana* pubblicato nella rivista « *Metron* » (vol. VI, n. 1, I-III-1926); alcune delle notizie che riporteremo sono però del tutto nuove, tolte da un secondo articolo in preparazione.

*
**

Per poter tradurre nel linguaggio ordinario e porre sotto forma espressiva dei concetti che appartengono al calcolo differenziale, ci è necessario introdurre un metodo di rappresentazione grafica: potremo, grazie a tale artificio, interpretare il problema propostoci come problema di movimento di un punto, di cui le leggi di Mendel costituiscono le leggi cinematiche.

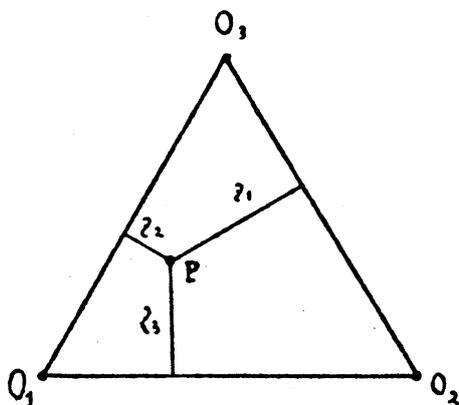


Fig. 1.

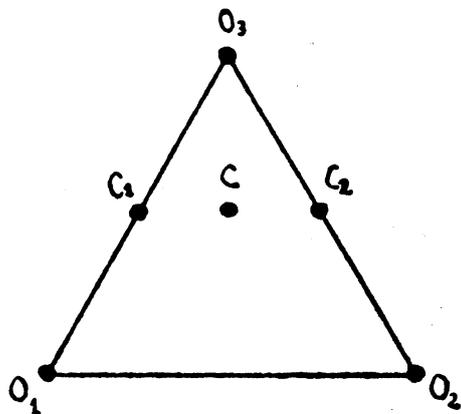


Fig. 2.

Possiamo infatti rappresentare mediante un punto, in modo semplice e conveniente, una ripartizione di popolazione, con lo stesso metodo usato correntemente in metallurgia per indicare graficamente la composizione delle leghe ternarie; è importante familiarizzarsi con questo metodo grafico di rappresentazione, e tenerne presenti le proprietà che ne esporremo, perchè il parallelismo fra il fenomeno statistico della diffusione di un carattere mendeliano in un insieme di popolazione, che è quello che ci interessa, e il fenomeno cinematico, cui ci è comodo riferirci, risulti al possibile immediato.

Disegniamo un triangolo equilatero $O_1 O_2 O_3$ colla base orizzontale (fig. 1) e segniamo un punto P non esterno ad esso. Sia z_1 la sua distanza dal lato $O_2 O_3$, z_2 da $O_1 O_3$, z_3 da $O_1 O_2$. È noto che la somma $z_1 + z_2 + z_3$ di tali distanze è uguale all'altezza del triangolo, che assumeremo come unità di misura. Se indichiamo ora con z_1 la percentuale⁽¹⁾ dei dominanti puri⁽²⁾, con z_2 quella dei recessivi, con z_3 quella dei dominanti

(1) Si noti che la percentuale « 68 % » la intendiamo uguale a 0.68, non 68. Non sarebbe opportuno seguire l'uso comune, cui si passa però immediatamente moltiplicando per 100, ossia spostando il punto decimale.

(2) Mi riferisco senz'altro al caso praticamente più interessante in cui uno dei caratteri sia dominante sull'altro, ma nulla sarebbe da mutare nel caso in cui l'aspetto degli eterozigoti fosse intermedio.

impuri, è chiaro che ogni punto non esterno al triangolo individua una ripartizione di popolazione ben determinata. I vertici rappresentano i casi in cui tutta la popolazione appartiene al medesimo genotipo: O_1 la totalità di dominanti puri, O_2 la totalità di recessivi (alla base: omozigoti), O_3 (il vertice superiore) indica la totalità di eterozigoti. I punti del contorno rappresentano le ripartizioni binarie, in assenza del genotipo corrispondente al vertice opposto; quelli interni, il caso generale di una ripartizione ternaria.

Dei punti particolari molto importanti sono quelli segnati nella fig. 2; punti rappresentativi della ripartizione della prole di ogni singolo tipo di accoppiamento secondo la legge di Mendel.

Indicando i genotipi coi simboli S_1 (dominanti puri), S_2 (recessivi), S_3 (eterozigoti) (1), avremo la seguente tabella:

tipo di accoppiamento	ripartizione della prole			punto rappresentativo
	S_1	S_2	S_3	
$S_1 \times S_1$	100 %	—	—	O_1
$S_1 \times S_2$	—	—	100 %	O_3
$S_2 \times S_2$	—	100 %	—	O_2
$S_1 \times S_3$	50 %	—	50 %	C_1
$S_2 \times S_3$	—	50 %	50 %	C_2
$S_3 \times S_3$	25 %	25 %	50 %	C

Questi punti permettono di rappresentarci in forma intuitiva l'influenza esercitata sul moto del punto rappresentativo dalla fecondità delle coppie del tipo corrispondente. Per stabilirla in modo semplice ci baseremo sulla notevole proprietà seguente: se diciamo punto rappresentativo d'un insieme di popolazione il punto rappresentativo della sua ripartizione al quale si attribuisca una massa uguale alla quantità globale di popolazione dell'insieme, il punto rappresentativo dell'insieme formato riunendone due (o più) altri (non aventi parti comuni) è la *somma* dei due (o più) punti rappresentativi di esse, dicendo «somma» di punti il loro baricentro con massa uguale alla somma delle masse (2).

Ciò mostra che se nascono degli individui la cui ripartizione è individuala da un certo punto Q , il punto rappresentativo P si deve spostare in linea retta verso Q , perchè, se la quantità dei nati in un dato intervallo di tempo è c , alla fine di esso il punto rappresentativo sarà $P + cQ$, ed è ben noto che il baricentro di due punti è sempre compreso tra essi.

Dati Q e c , è determinata la velocità media del punto rappresentativo nell'intervallo t . È ovvio che il suo moto dovrà risultare nella realtà discontinuo e intermittente: farà un piccolo salto ad ogni nascita. Però, in una popolazione numerosa, la variazione delle percentuali avverrà senza scarti troppo bruschi, e potremo assimilare il suo moto - secondo il criterio fondamentale della statistica matematica - a un moto continuo. Allora, oltre che di velocità media, potremo parlare anche di *velocità istantanea*, che in grandezza è data da

$$\text{natalità} \times \text{distanza dei punti } P \text{ e } Q.$$

Possiamo dire, tanto per caratterizzare in modo espressivo la direzione e il verso, che essa è un'*attrazione* verso il punto Q . Per essa abbiamo una proprietà analoga alla precedente, e che ne è facile corollario: la velocità impressa al punto P delle nascite è la somma delle sei dovute alle nascite da coppie dei sei diversi tipi possibili.

(1) Si osservi che gli indici corrispondono a quelli usati per le $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$.

(2) Chi si occupa di matematica riconoscerà, negli enti che devo introdurre in modo così poco corretto, le note «formazioni geometriche di 1ª specie» di Grassmann-Peano.

L'influenza delle morti - che si valuta *analogamente* - è nulla se la mortalità è la stessa per tutti e tre i genotipi, perchè allora essa non altera la ripartizione. A questo caso sempre ci riferiremo. Se si hanno anche fenomeni di migrazione, si dovrà supporre, più in generale, che sia nulla l'influenza combinata di questi e della mortalità.

Basterà allora, per l'impostazione matematica del problema, studiare le velocità impresse dalle nascite da coppie di un determinato tipo, che sappiamo essere dirette verso il corrispondente punto rappresentativo, e di grandezza uguale al prodotto della distanza da esso per la natalità: quella, beninteso, che si avrebbe prescindendo dalle nascite da coppie di altro tipo.

Supponendo che la riproduzione sia panmittica, che si abbia *panmixia*, che cioè gli accoppiamenti si formino indifferentemente rispetto al carattere in questione, senza una tendenza sistematica alla preferenza di alcuni tipi di associazione, e che la riproduttività dei diversi tipi sia pure uguale, il numero dei nati da coppie di un certo tipo sarà proporzionale al numero probabile di tali accoppiamenti, e questo sarà proporzionale alle percentuali dei due genotipi che in tale accoppiamento debbono unirsi. Osservando che gli accoppiamenti di individui della stessa specie verrebbero contati due volte si ha che le percentuali probabili dei diversi accoppiamenti sono

$$\begin{array}{ccccccc} z_1^2 & z_2^2 & z_3^2 & \text{per} & S_1 \times S_1 & S_2 \times S_2 & S_3 \times S_3 \\ 2z_1 z_2 & 2z_1 z_3 & 2z_2 z_3 & \text{per} & S_1 \times S_2 & S_1 \times S_3 & S_2 \times S_3 \end{array}$$

È facile vedere che la loro somma è appunto $(z_1 + z_2 + z_3)^2 = 1^2 = 1$.
Le possiamo anche rappresentare graficamente (fig. 3) (1).

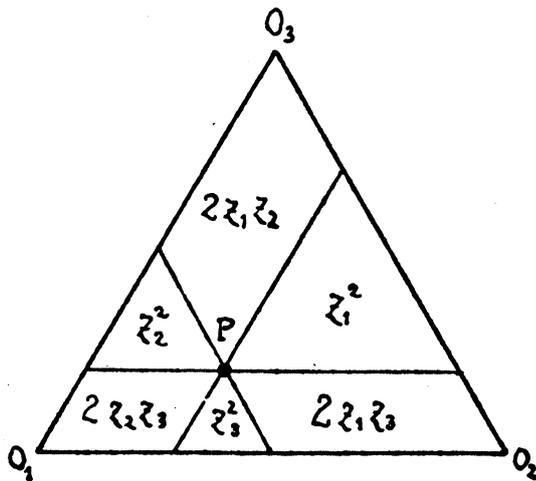


Fig. 3.

Moltiplicando per la natalità λ si hanno le natalità parziali che ci occorreano: ad esempio la velocità impressa al punto P dalla fecondità degli accoppiamenti di eterozigoti e recessivi ($S_2 \times S_3$) è diretta verso C_2 , ed è data in grandezza da $2\lambda z_2 z_3 s$, dove s è la distanza PC_2 (2). Sommando le sei velocità ora completamente determinate, otteniamo per ogni istante la velocità. E, nota la posizione iniziale di P, e le velocità che successivamente assume, possiamo seguirlo in tutto il suo movimento: si tratta, dal punto di vista matematico, di integrare un sistema di equazioni differenziali del primo ordine.

(1) Le aree delle varie parti della figura sono le espressioni in esse scritte divise per $\sqrt{3}$.

(2) Con le comode notazioni vettoriali: il vettore velocità è $2\lambda z_2 z_3 (C_2 - P)$.

*
**

Nel caso nostro, in cui la riproduzione è panmittica, i calcoli cui si è condotti non presentano difficoltà (V. articolo citato; ivi la riproduzione panmittica è detta, con termine più matematico che biologico, *omogenea*).

Ecco, in riassunto, i risultati.

Se la riproduzione è panmittica, esiste una ripartizione di regime che dipende dalle condizioni iniziali, e da esse soltanto (*legge del regime*). A tale ripartizione ci si avvicina asintoticamente: cioè sempre di più senza mai proprio raggiungerla. Dopo un certo tempo però, in fenomeni di questo andamento, la differenza fra le condizioni di regime e quelle effettive è praticamente trascurabile: così ad esempio nella teoria delle macchine si suole distinguere la fase d'avviamento e la fase di regime, benchè non esista in realtà un istante di demarcazione, e il regime compaia nelle equazioni del movimento come una condizione asintotica. Lo stesso converrà fare nel caso nostro: distingueremo le fasi di *assestamento* e di *regime*: la prima dura finchè l'errore che si commette considerando raggiunte le condizioni di regime non divenga tanto piccolo da ritenersi praticamente trascurabile. Se si considera errore trascurabile quello dell'1% si calcola, per la popolazione umana, che questa durata può al massimo aggirarsi sui 100 anni.

Abbiansi inizialmente le percentuali $\lambda_1 = m_1$, $\lambda_2 = m_2$, $\lambda_3 = m_3$. Nella fase d'assestamento valgono le seguenti leggi:

La differenza fra le percentuali dei due omozigoti rimane costante:

$$\lambda_1 - \lambda_2 = m_1 - m_2 = \text{costante}$$

(*legge del dislivello costante*).

Dette *percentuali virtuali* corrispondenti al carattere dominante, rispettivamente al recessivo, le

$$\lambda'_1 = \lambda_1 + \frac{1}{2} \lambda_3 \quad \lambda'_2 = \lambda_2 + \frac{1}{2} \lambda_3$$

che danno le percentuali dei cromosomi corrispondenti ai due caratteri, e indicando m'_1 , m'_2 le percentuali virtuali iniziali, si ha ancora:

$$\lambda'_1 = m'_1 = \text{costante}$$

$$\lambda'_2 = m'_2 = \text{costante};$$

le *percentuali virtuali*, o, in breve, la *ripartizione virtuale*, non varia (*legge della costanza virtuale*).

L'assestamento è irreversibile (legge d'irreversibilità). Cioè nessuna percentuale può riprendere valori già assunti in passato: lo spostamento avviene

sempre nello stesso senso. Se la natalità è costante, allora la distanza dalle condizioni di regime decresce in ragione geometrica: si riduce di una data percentuale ogni anno.

Se la natalità è variabile, il grado di assestamento raggiunto dipende da una nuova variabile detta *rinnovamento*. Attribuiamo ad ogni intervallo di tempo che passa un « peso » proporzionale alla sua durata e alla natalità corrispondente; il rinnovamento rappresenta il « peso », così definito, del tempo passato dall'istante iniziale, da cui si comincia a studiare la riproduzione. Da questo « peso » dipende il grado d'assestamento raggiunto. Perciò, ad esempio, la ripartizione che si avrebbe al termine di un anno per una data natalità è quella stessa che si avrebbe dopo sei mesi se la natalità raddoppiasse, e qualunque avesse ad essere la mortalità. *L'assestamento dipende temporalmente dal rinnovamento (legge del rinnovamento).*

Questo assestamento conduce a una ripartizione di regime (legge del regime), e di questo è praticamente più importante preoccuparsi.

Diremo n_1, n_2, n_3 , le percentuali di regime, n'_1, n'_2 le percentuali virtuali di regime. Esse si calcolano mediante le formole:

$$n_1 = m_1'^2 \quad n_2 = m_2'^2 \quad n_3 = 2 m_1' m_2'$$

dalle percentuali virtuali iniziali. *Le percentuali di regime degli omozigoti sono i quadrati delle rispettive percentuali virtuali; quella degli eterozigoti il doppio prodotto delle percentuali virtuali (legge dei quadrati virtuali).* Come corollario: *Il regime dipende solo dalla ripartizione virtuale iniziale.*

Appare da tali formole che in condizione di regime panmittico la percentuale degli eterozigoti è doppia della media geometrica fra quelle degli omozigoti:

$$n_1 : \frac{n_3}{2} = \frac{n_3}{2} : n_2$$

(legge della media geometrica).

Un carattere qualitativo delle ripartizioni di regime è che le percentuali degli omozigoti sono necessariamente una minore e una maggiore di un quarto, e che la percentuale complessiva dei puri, loro somma, è maggiore di mezzo. Ciò a meno che le percentuali dei puri siano entrambe 25%, e 50% quella degli eterozigoti: questo è l'unico caso di ripartizione *simmetrica* ($\alpha_1 = \alpha_2$) in condizione di regime.

Amnesso poi che una collettività si trovi in condizioni di regime panmittico, basterà conoscere la percentuale di uno dei genotipi per poterne calcolare le due altre, mediante formole che si ricavano elementarmente. Ci interessa avere quelle che danno n_1 e n_3 in funzione di n_2 :

$$n_1 = (1 - \sqrt{n_2})^2 \quad , \quad n_3 = 2(\sqrt{n_2} - n_2).$$

Sul nostro diagramma i punti in condizione di regime sono quelli della parabola disegnata nella fig. 4. La rappresentazione grafica della riproduzione panmittica più generale è di una semplicità insuperabile: data la ripartizione iniziale, si congiunge con un segmento rettilineo il punto che la caratterizza con quello della parabola di regime giacente sulla medesima verticale. Poichè i punti corrispondenti alla medesima ripartizione virtuale sono quelli giacenti sulla medesima verticale, la *traiettoria* della riproduzione panmittica - per la legge della costanza virtuale - è questo segmento: si verifica quindi intuitivamente che è completamente caratterizzata dalle condizioni iniziali.

Ciò significa che per i punti della parabola le attrazioni esercitate dai sei punti corrispondenti ai sei tipi di accoppiamento si fanno equilibrio, mentre per i punti al di sopra ($\tau_3^2 > 4 \tau_1 \tau_2$) si ha una velocità risultante verticale diretta verso il basso, e per quelli al di sotto ($\tau_3^2 < 4 \tau_1 \tau_2$) ancora una risultante verticale ma diretta verso l'alto.

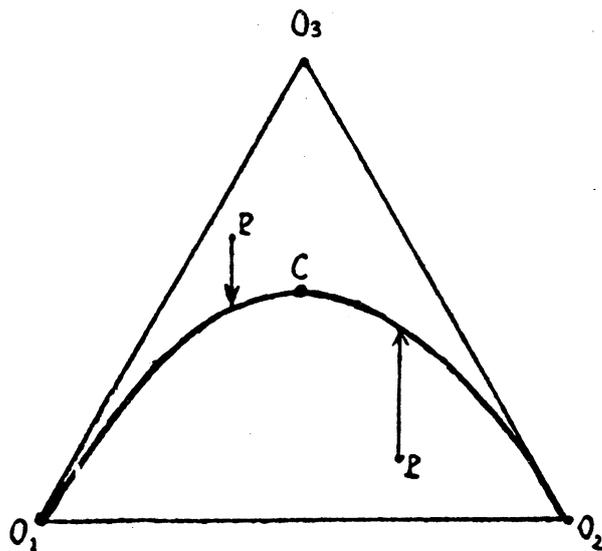


Fig. 4.

Vediamo qualche esempio semplice.

Inizialmente si abbiano metà dominanti puri e metà recessivi: dopo un secolo circa avremo approssimativamente una metà di eterozigoti e un quarto per ciascuno degli omozigoti: complessivamente tre dominanti contro un recessivo. Questa ripartizione è in condizione di regime, e si manterrà quindi finchè la riproduzione continui ad essere panmittica. Il caso semplicissimo ora considerato si trova anche nel volume citato dell'Enriques (p. 332): «se dapprima vi sono individui neri puri e biondi in egual numero, in F_1 «avremo tutti neri; ma in F_2 compariranno nuovamente i biondi nella proporzione di 1 «su 4. Dopo ciò nelle successive generazioni il rapporto si conserva costante». La conclusione coincide con la nostra. Invece non regge l'asserzione (p. 333) che: «se in una «popolazione panmittica vi è in un certo momento un certo rapporto tra gli individui col «carattere recessivo e quelli col carattere dominante, questo rapporto si conserva nelle «successive generazioni». Avviene invece uno spostamento a favore dei recessivi o dei dominanti a seconda che il numero degli eterozigoti è maggiore o minore del doppio della media geometrica fra quelli degli omozigoti. Essa è giusta però se al rapporto fra il numero degli *individui* col carattere dominante e recessivo si sostituisce quello fra il numero dei *cromosomi* portanti i due caratteri, chè allora tale enunciato si identifica con la legge della costanza virtuale.

Nell'esempio addotto dell'« assorbimento » del biondo che avverrebbe nel Nord-America possiamo precisare che se gli immigrati biondi del nord dell'Europa (recessivi, puri) e i bruni del sud (dominanti, in gran parte puri) si sono poi fusi panmitticamente, la percentuale odierna dei biondi dovrebbe essere (supponendo gli immigrati bruni tutti omozigoti) il *quadrato* di quella iniziale: se, ad esempio, (non ho a disposizione dei dati) si suppone che gli immigrati nordici, biondi, fossero il triplo dei bruni, meridionali, ossia che fossero immigrati il 75 % di biondi e il 25 % di bruni, dovremmo avere ora il $56 \frac{1}{4}$ % di biondi e il $43 \frac{3}{4}$ % di bruni, di cui il $6 \frac{1}{4}$ % dovrebbero essere puri, e il rimanente $37 \frac{1}{2}$ % eterozigoti.

Se inizialmente abbiamo dominanti puri, dominanti impuri, recessivi, nella proporzione

$$1 : 2 : 4$$

le percentuali virtuali stanno come 2 : 5

$$\left(1 + \frac{2}{2} = 2 \quad , \quad 4 + \frac{2}{2} = 5 \right)$$

e in regime si tende alla proporzione

$$2^2 : 2 (2 \times 5) : 5^2$$

ossia

$$4 : 20 : 25 .$$

Questo procedimento, generalizzato, dà forse la forma più accessibile per formulare le leggi del regime, perchè si può limitarsi a operare su numeri interi. Possiamo enunciare in generale la regola: se inizialmente abbiamo dominanti puri, dominanti impuri, recessivi, nella proporzione

$$A : B : C$$

si tende, in regime, alla proporzione

$$(2A + B)^2 : 2(2A + B)(2C + B) : (2C + B)^2 .$$

*
**

Abbiamo rilevato che in fase di regime, data la percentuale dei recessivi, si possono determinare le altre. Tale fatto riveste importanza pratica quando esse non possano determinarsi direttamente facendo una statistica, come nel caso della dominanza: non è possibile rilevare quanti dei dominanti siano puri e quanti eterozigoti. Se però supponiamo la riproduzione panmittica, e raggiunta la fase di regime, detta u_2 la percentuale dei recessivi, quelle dei dominanti puri e degli eterozigoti sono

$$u_1 = (1 - \sqrt{u_2})^2 \quad , \quad u_3 = 2(\sqrt{u_2} - u_2)$$

il *coefficiente di purezza* dei dominanti è, essendo il loro numero $u_1 + u_3 = 1 - u_2$:

$$p = \frac{u_1}{u_1 + u_3} = \frac{u_1}{1 - u_2} = \frac{(1 - \sqrt{u_2})^2}{(1 - \sqrt{u_2})(1 + \sqrt{u_2})} = \frac{1 - \sqrt{u_2}}{1 + \sqrt{u_2}} .$$

La tabella che segue dà la percentuale dei puri (coefficiente di purezza p) e degli impuri ($1 - p$) fra i dominanti, in funzione della percentuale di recessivi n_2 :

$n_2 = 0\%$	$p = 100\%$	$1 - p = 0\%$	$n_2 = 16\%$	$p = 43\%$	$1 - p = 57\%$
$n_2 = 0.01\%$	$p = 98\%$	$1 - p = 2\%$	$n_2 = 25\%$	$p = 33\%$	$1 - p = 67\%$
$n_2 = 0.1\%$	$p = 94\%$	$1 - p = 6\%$	$n_2 = 36\%$	$p = 25\%$	$1 - p = 75\%$
$n_2 = 0.5\%$	$p = 87\%$	$1 - p = 13\%$	$n_2 = 50\%$	$p = 17\%$	$1 - p = 83\%$
$n_2 = 1\%$	$p = 82\%$	$1 - p = 18\%$	$n_2 = 64\%$	$p = 11\%$	$1 - p = 89\%$
$n_2 = 4\%$	$p = 67\%$	$1 - p = 33\%$	$n_2 = 80\%$	$p = 5\%$	$1 - p = 95\%$
$n_2 = 9\%$	$p = 54\%$	$1 - p = 46\%$	$n_2 = 90\%$	$p = 2.6\%$	$1 - p = 97.4\%$
$n_2 = 11.1\%$	$p = 50\%$	$1 - p = 50\%$	$n_2 = 100\%$	$p = 0\%$	$1 - p = 100\%$

Si noti in special modo l'impressionante rapidità dell'inquinamento dei dominanti per l'infiltrazione di percentuali anche minime di recessivi, quale appare osservando i primi valori della tabella.

Il coefficiente di purezza p rappresenta anche la probabilità che un dominante sia puro, $1 - p$ la probabilità che esso sia impuro.

In un accoppiamento di due dominanti, la probabilità che essi siano entrambi puri, entrambi impuri, o uno puro e l'altro impuro, sono quindi

$$p^2, \quad (1 - p)^2, \quad 2p(1 - p)$$

e poichè la probabilità che un figlio sia un dominante puro, o impuro, o un recessivo, sono nei tre casi, secondo le leggi di Mendel:

$$1, \quad 0, \quad 0; \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2}, \quad 0$$

la probabilità che un figlio di due dominanti sia un dominante puro, o impuro, o un recessivo, risultano

$$\frac{1}{(1 + \sqrt{n_2})^2}, \quad \frac{2\sqrt{n_2}}{(1 + \sqrt{n_2})^2}, \quad \frac{n_2}{(1 + \sqrt{n_2})^2},$$

stanno cioè tra loro come $1 : 2\sqrt{n_2} : n_2$.

La probabilità che esso sia dominante sta a quella che sia recessivo come

$$(1 + 2\sqrt{n_2}) : n_2.$$

Se, a mo' d'esempio, i recessivi sono l'1%, la probabilità che un figlio di due dominanti sia un dominante puro, o impuro, o un recessivo, stanno nella proporzione 100 : 20 : 1; quindi la probabilità che sia dominante sta nel rapporto 120 : 1 alla probabilità che sia recessivo.

Per $n_2 = \frac{1}{4}$ la proporzione fra le stesse probabilità è 4 : 4 : 1, (8 : 1).

Per $n_2 < \frac{1}{4}$ le tre probabilità, come le abbiamo scritte, stanno in ordine decrescente

$$1 > 2\sqrt{n_2} > n_2,$$

se al contrario è $n_2 > \frac{1}{4}$, le due prime vanno invertite: la probabilità che nasca un recessivo è però sempre la minima.

Per $n_2 > \frac{1}{4}$:

$$2\sqrt{n_2} > 1 > n_2.$$