

- As listas PRECISAM ser entregues por grupos de 4 ou 5 alunos. Listas com menos autores NÃO serão aceitas.
- Prazo de entrega: 29/11/2017.

1. (10 pontos) Considere uma tabela 2×2 sob um modelo probabilístico Multinomial. Expresse o modelo de independência na formulação $\mathbf{A} \log(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$.

2. (10 pontos) Considere o seguinte modelo log-linear para uma tabela 2×2 sob um esquema probabilístico Multinomial

$$\log(\theta_{ij}) = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y,$$

com as restrições $\lambda_2^X = \lambda_2^Y = 0$ e $\lambda_1^X = \lambda_1^Y$.

a) Que relações estruturais são impostas por esse modelo?

b) Construa a tabela de frequências correspondente sabendo que $\lambda_1^X = \log(7)$ e que $n = 64$.

3. (10 pontos) Considere uma tabela de contingência $I \times J$ para a qual as probabilidades satisfazem o modelo log-linear de independência expresso na forma

$$\log(\boldsymbol{\theta}) = (\mathbf{1} \ \mathbf{X})(\boldsymbol{\lambda} \ \boldsymbol{\beta}^\top)^\top.$$

a) Mostre que $\lambda_a^X - \lambda_b^X = \log(\theta_{aj}/\theta_{bj})$

b) Mostre que $\lambda_a^X > \lambda_b^X$ é equivalente a $\theta_{aj} > \theta_{bj}$

c) Mostre que $\lambda_i^X = 0, i = 1, \dots, s$ é equivalente a $\theta_{i.} = 1/s$

d) Construa uma tabela satisfazendo a condição c).

4. (20 pontos) Construa tabelas $2 \times 2 \times 2$ que satisfaçam cada um dos modelos log-lineares hierárquicos indicados abaixo, mas que não satisfaçam aqueles de ordem superior [por exemplo, a tabela correspondente a (XY, Z) não deve satisfazer (X, Y, Z)].

a) (X, Y, Z)

b) (XY, Z)

c) (XY, YZ)

d) (XY, XZ, YZ)

e) (XYZ)

5. (20 pontos) Considere um modelo Multinomial para as frequências da tabela abaixo e complete-a de forma que satisfaça o modelo log-linear

$$\log(\theta_{ijk}) = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY}$$

com as restrições $\lambda_i^X = \lambda_j^Y = \lambda_k^Z = \lambda_{ij}^{XY} = 0, i = 1$ ou $j = 1$.

	Z_1			Z_2		
	Y_1	Y_2	Total	Y_1	Y_2	Total
X_1	30	40	70			
X_2	15	15	30			
Total	45	55	100			200

6. (30 pontos) Os dados abaixo reportam-se a uma avaliação do desempenho de um conjunto de 203 estudantes universitários em uma disciplina introdutória de Álgebra e Cálculo. Os estudantes, agrupados segundo os quatro cursos em que estavam matriculados, foram ainda aleatoriamente divididos em dois grupos por curso, a cada um dos quais foi atribuído um de dois professores que lecionaram a mesma matéria, e submetidos às mesmas provas de avaliação classificadas por um núcleo comum de examinadores.

Frequências de aprovação/reprovação de estudantes			
Curso	Professor	Desempenho	
		Aprovado	Reprovado
Ciências Químicas	A	8	11
	B	11	13
Química Farmacêutica	A	10	14
	B	13	9
Ciências Biológicas	A	19	25
	B	20	18
Bioquímica	A	12	3
	B	16	4

- Utilize testes exatos de Fisher para avaliar a associação entre professor e desempenho do aluno dentro de cada curso e obtenha estimativas do correspondente risco relativo e de seu erro padrão.
- Utilize a técnica de Mantel-Haenszel para avaliar a associação entre professor e desempenho do aluno.
- Expresse suas conclusões de forma não técnica.

7. (30 pontos) Dois tratamentos, A e B, foram aleatoriamente administrados a cada componente de 40 conjuntos de dois indivíduos pareados segundo algumas características relevantes (em cada conjunto, um dos indivíduos recebeu o tratamento A e o outro recebeu o tratamento B). Para cada indivíduo foi observada uma resposta binária (sucesso ou fracasso). Em 20 conjuntos a resposta dos dois indivíduos foi idêntica; em 6 conjuntos houve sucesso para os indivíduos que receberam o tratamento A e fracasso para os que receberam o tratamento B; nos 14 conjuntos restantes, houve sucesso para os indivíduos que receberam o tratamento B e fracasso para aqueles que receberam o tratamento A. Use a estatística de (Cochran) - Mantel - Haenszel para testar a inexistência de associação entre tratamento e resposta. Compare o resultado com aquele obtido pelo teste de McNemar.

Fonte: Agresti, A. (1990). **Categorical data analysis**. New York: Wiley.