LISTA 07 DE MAT 0121

Prof. Jean Cerqueira Berni*

“Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo.”

(1) Encontrar os limites:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2 - y^2 + 5}{x^2 + y^2 - 2};$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (3,4)} \sqrt{x^2 + y^2 - 1};$

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0, \frac{\pi}{4})} \sec(x) \cdot \tan(y);$

(d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0, \ln(2))} e^{x-y};$

(e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^y \cdot \sin(x)}{x}$

(f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \ln |1 + x^2 \cdot y^2|$

(2) Reescrevendo as frações dadas abaixo, encontrar os seguintes limites:

(a) $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq y}} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y}$

(b) $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq 1}} \frac{xy - y - 2x + 2}{x - 1}$

(c) $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (2,-4) \\ y \neq -4, x \neq x^2}} \frac{y + 4}{x^2y - xy + 4x^2 - 4x}$

(d) $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq y}} \frac{x^2 - y^2}{x - y}$

(3) Determinar em que pontos as funções abaixo são contínuas e justificar:

(a) $f(x, y) = \sin(x + y)$

(c) $h(x, y) = \sin\left(\frac{1}{x \cdot y}\right)$

(b) $g(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

(d) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$

(e) $g(x, y) = \frac{y}{x^2 + 1}$

(4) Usando a definição formal $\varepsilon - \delta$ de limite de uma função $f(x, y)$ conforme $(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)$ como um guia, estabeleça uma definição formal para o limite de uma função $g(x, y, z)$ conforme $(x, y, z) \rightarrow (x_0, y_0, z_0)$.

*jeancb@ime.usp.br

(5) Dado $\varepsilon > 0$, mostrar que existe $\delta > 0$ tal que para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, tem-se:

$$\sqrt{x^2 + y^2} < \delta \Rightarrow |f(x, y) - f(0, 0)| < \varepsilon$$

ou mostre que existe um $\delta > 0$ tal que para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, tem-se:

$$|x| < \delta \text{ e } |y| < \delta \Rightarrow |f(x, y) - f(0, 0)| < \varepsilon,$$

conforme achar mais conveniente. Não é necessário fazer ambos.

(a) $f(x, y) = x^2 + y^2, \varepsilon = 0,01$

(c) $f(x, y) = \frac{x + y}{x^2 + 1}, \varepsilon = 0,01$

(b) $f(x, y) = \frac{y}{x^2 + 1}, \varepsilon = 0,05$

(d) $f(x, y) = \frac{x + y}{2 + \cos(x)}, \varepsilon = 0,02.$