

1. Utilize o método dos Multiplicadores de Lagrange para resolver os seguintes problemas:
 - (a) Encontre o valor máximo e o(s) ponto(s) de máximo de $f(x, y) = 49 - x^2 - y^2$ sobre a reta $x + 3y = 10$.
 - (b) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = 3x + 2y$ sujeito à $x^2 + y^2 = 1$
 - (c) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = 2x - y$ sujeito à $x^2 + y^2 = 1$
 - (d) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = x + y$ sujeito à $x^2 + 2y^2 = 1$
 - (e) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = x - 2y$ sujeito à $x^2 + y^2 = 25$
 - (f) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ sujeito à $x^2 + y^2 = 1$
 - (g) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = x^2y$ sujeito à $x^2 + y^2 = 1$
 - (h) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = x^4 + y^2$ sujeito à $x^2 + y^2 = 1$
 - (i) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = x^4 + y^4$ sujeito à $x^2 + y^2 = 1$
 - (j) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = x \sin(y)$ sujeito à $x^2 + y^2 = 1$
 - (k) Encontre os pontos e valores extremos de $f(x, y) = e^{xy}$ sujeito à $x^2 + y^2 = 1$
2. Para cada uma das seguintes curvas, encontre o ponto mais próximo da origem (dica: os pontos de mínimo (e máximo) da função $\sqrt{x^2 + y^2}$ coincidem com os da função $x^2 + y^2$).
 - (a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 1\}$
 - (b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 2y = 5\}$
 - (c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = y^2 - 1\}$
 - (d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 = 1\}$
 - (e) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = e^{\frac{-x^2}{2} + 2}\}$
 - (f) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = e^x\}$
3. Uma caixa retangular com base quadrada (com tampa) será construída para caber $1m^3$ de água. Quais as dimensões da caixa para minimizar o custo de sua construção?
4. Repita o exercício anterior no caso em que a caixa não tem tampa.
5. Repita os dois exercícios anteriores no caso em que a base da caixa não é necessariamente quadrada.
6. Uma lata cilíndrica é construída (com tampa) para caber $\frac{\pi}{4}m^3$ de petróleo. Determine o raio e a altura do cilindro para que o custo de produção seja mínimo.
7. Encontre os extremos de $f(x, y, z) = x + yz$ sujeito à $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
8. Encontre os extremos de $f(x, y, z) = x + yz$ sujeito à $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $z^2 = x^2 + y^2$.

9. Encontre os extremos de $f(x, y, z) = xyz$ sujeito à $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
10. Encontre os extremos de $f(x, y, z) = x + yz$ sujeito à $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $xy + zy + zx = 1$.
11. Encontre a área do maior retângulo que cabe inscrito em um semi-círculo de raio $r = 2$.
12. Encontre o volume do maior paralelepípedo que cabe inscrito em uma esfera de raio $r = 1$.
13. Encontre o ponto do plano $2x + 3y - 4z = 1$ que está mais próximo da origem. Encontre o que está mais próximo do ponto $(2, 1, 1)$.
14. Repita o exercício anterior com a condição extra que o ponto pertença também ao plano $x = y$.
15. Uma lata cilíndrica é construída (com tampa) para caber $3\pi\text{m}^3$ de água. A tampa e a base da lata será feita de metal, enquanto a lateral será feita de madeira. Sabendo que o metal é 1.5 vezes mais caro que a madeira, determine o raio e a altura do cilindro para que o custo de produção seja mínimo.
16. Encontre as dimensões do retângulo de maior área, e de lados paralelos aos eixos coordenados, que pode ser inscrito na elipse

$$\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{9}y^2 = 1$$

17. Encontre o raio e a altura do cilindro circular reto (sem tampa) de maior área que pode ser inscrito em uma esfera de raio r . Qual é essa área?
18. Repita o exercício anterior no caso em que o cilindro tem uma das tampas. Depois faça o caso com duas tampas.
19. Encontre os pontos da esfera de raio 1 e centro na origem mais próximos e mais distantes do ponto $(1, 1, 1)$.
20. Repita o exercício no caso em que os pontos procurados estão no plano $3x + y - z = 0$.