MAT134 – 2019 – Teste 2

Nome: ______________________________

Número USP: ______________________________

Resolva o exercício abaixo. Justifique todos os passos da sua resposta!

1. Seja V um espaço vetorial de dimensão finita. Uma transformação linear $T : V \to V$ é dita **idenpotente** se $T^2 = T$ onde $T^2 = T \circ T$. Seja $T : V \to V$ uma aplicação linear idenpotente.

   (a) (3 pontos) Mostre que $V = N(T) \oplus \mathrm{Im}(T)$.

   (b) (3 pontos) Escreva a matriz $[T]_{BB}$ da transformação T em termos de uma base $B = (v_1, \dots, v_p, v_{p+1}, \dots, v_n)$ onde $(v_1, \dots, v_p)$ é uma base de $\mathrm{Im}(T)$ e $(v_{p+1}, \dots, v_n)$ é uma base de $N(T)$.

   (c) (3 pontos) Mostre que a transformação linear

   $$F = I - T : V \to V, \quad F(v) = v - T(v)$$

   também é idenpotente.

   (d) (3 pontos) Mostre que $N(F) = \mathrm{Im}(T)$ e $\mathrm{Im}(F) = N(T)$.