

Nome: _____
 Número USP: _____

Universidade Pública, Gratuita e de Qualidade. Dever do Estado, direito de todos!

Resolva os exercícios abaixo. Justifique TODAS as suas respostas. Boa prova!

1. (2,5 pontos) Na figura 1 abaixo temos um cubo onde todas as arestas tem comprimento 1. Decida se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique suas respostas:
 - (a) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{BC}$
 - (b) O conjunto $(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AH})$ é linearmente dependente.
 - (c) O conjunto $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{HG})$ é uma base de V^3 e o vetor $\overrightarrow{AG}$ tem coordenadas $(1, -1, 1)$ nessa base.
 - (d) O conjunto $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})$ é uma base ortonormal de V^3 .
 - (e) O produto escalar de $\overrightarrow{AG}$ com $\overrightarrow{AF}$ é -1 .

Figura 1: Cubo de aresta 1

2. (2,5 pontos) Seja $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ uma base de V^3 e sejam

$$\vec{f}_1 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_3, \quad \vec{f}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2, \quad \vec{f}_3 = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3.$$
 - (a) (0,5 pontos) Quais são as coordenadas dos vetores $\vec{f}_1, \vec{f}_2$, e $\vec{f}_3$ na base E ?
 - (b) (1 ponto) Mostre que $F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ é uma base de V^3 .
 - (c) (1 ponto) Se as coordenadas de um vetor $\vec{v}$ na base E são dadas por $\vec{v} = (2, 1, 0)_E$, encontre as coordenadas de $\vec{v}$ na base F .
3. (3,5 pontos) Considere um triângulo ABC e seja $\overrightarrow{CA} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{v}$ e $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$. Encontre $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $X = A + \alpha\vec{w}$ é um ponto da reta AB .

4. Seja B uma base ortonormal de V^3 e sejam $\vec{f}_1 = (1, 1, 1)_B$, $\vec{f}_2 = (1, -1, 0)_B$, $\vec{f}_3 = (0, 1, 1)_B$.
- (a) (0,5 pontos) Mostre que $F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ é uma base de V^3 .
 - (b) (1,5 pontos) Aplique o método de Gram-Schmidt para obter uma base ortonormal $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ a partir da base F .
 - (c) (1,5 pontos) Encontre as coordenadas do vetor $(1, 2, -1)_E$ na base F .