MAT105 - Geometria Analítica – Lista 5

Nesta lista de exercícios todas as retas e planos são retas e planos em $\mathbb{R}^3$. Todas as coordenadas são consideradas com respeito as coordenadas canônicas em $\mathbb{R}^3$.

1. Seja $r \subset \mathbb{R}^3$ a reta descrita pela equação

$$r : \frac{x-3}{2} = 1 - y = \frac{2z-1}{3}.$$

   Encontre uma equação vetorial para a reta r.

2. Seja $r \subset \mathbb{R}^3$ a reta descrita pela equação vetorial

$$r : X = (1, 0, -2) + \lambda(-1, 2, 1), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

   Encontre uma equação na forma simétrica para a reta r.

3. Seja $\pi \subset \mathbb{R}^3$ o plano descrito pela equação geral

$$\pi : 2x + y - 3z + 1 = 0.$$

   Encontre uma equação na forma vetorial para o plano π.

4. Seja $\pi \subset \mathbb{R}^3$ o plano descrito pela equação paramétrica

$$\pi : \begin{cases} x = \lambda + 3\mu \\ y = 1 - \mu \\ z = -1 - \lambda + \mu \end{cases} \qquad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

   Encontre uma equação geral para o plano π.

5. Considere as seguintes retas em $\mathbb{R}^3$:

$$r_1 : \frac{x-3}{2} = 1 - y = \frac{2z-1}{3}$$

$$r_2 : X = (1, 0, -2) + \lambda(-1, 2, 1), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

$$r_3 : \begin{cases} x = 4 + 2\alpha \\ y = -6 - 4\alpha \\ z = -5 - 2\alpha \end{cases} \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$r_4 : (1, 1, -2) + \mu(-7, 14, 7), \quad \mu \in \mathbb{R}$$

$$r_5 : \frac{x}{3} = 2 - y = \frac{z-1}{7}$$

Para cada $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ com $i < j$ determine a posição relativa das retas r_i e r_j (ou seja, determine a posição relativa entre quaisquer duas retas acima). Caso as retas sejam concorrentes, determine o ponto de interseção.

6. Considere os seguintes planos em $\mathbb{R}^3$:

$$\pi_1 : x - z - 1 = 0$$

$$\pi_2 : \begin{cases} x = \lambda + 3\mu \\ y = 1 - \mu \\ z = -1 - \lambda + \mu \end{cases} \qquad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

$$\pi_3 : X = (2, -1, 0) + \alpha(1, 1, 1) + \beta(-2, 0, -2), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\pi_4 : -\frac{1}{2}x - 2y - \frac{1}{2}z + \frac{3}{2} = 0.$$

Para cada $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$ com $i < j$ determine a posição relativa dos planos π_i e π_j (ou seja, determine a posição relativa entre quaisquer dois planos acima). Caso os planos sejam transversais, determine uma equação vetorial da reta dada pela interseção dos planos.

7. Seja π o plano

$$\pi : \begin{cases} x = \lambda + 3\mu \\ y = 1 - \mu \\ z = -1 - \lambda + \mu \end{cases} \qquad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Para cada uma das retas abaixo, determine a posição relativa da reta com o plano π. Caso sejam transversais determine o ponto de interseção:

$$r_1 : x - 5 = y + 1 = \frac{2-z}{5}$$

$$r_2 : (3, 0 - 7) + \beta(2, -1, 2), \quad \beta \in \mathbb{R}$$

$$r_3 : \begin{cases} x = 4 + 2\alpha \\ y = -6 - 4\alpha \\ z = -5 - 2\alpha \end{cases} \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$