

MAT0134
IME – Prova 1 – 15/09/2025

Modelo A

Nome : _____

NºUSP : _____

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Respostas sem justificativa não serão consideradas!

- Desligue celulares, smartphones, smartwatches;
- A prova pode ser feita à lápis;
- É proibido o uso dos livros, cadernos, apostilas, anotações;
- Qualquer tipo de cola = nota "zero" na prova!!!

1ª Questão: (2.0 pontos). Considere o sistema linear dependente do parâmetro $a \in \mathbb{R}$:

$$S : \begin{cases} (a-1)x + y = 2-6a, \\ x + (a-1)y = -4a-2, \\ -x + 3y + 2(a-1)z = 4-10a. \end{cases}$$

- a) Escreva o sistema acima na forma matricial $AX = B$.
- b) Determine o tipo do sistema dependendo do parametro a .

2ª Questão: (2.0 pontos). Dada uma matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

busca A^{-1} usando:

- a) escalonamento;
- b) determinante e a matriz adjunta.

3ª Questão: (2.0 pontos). Resolva o seguinte sistema linear utilizando a **Regra de Cramer**:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1, \\ 2x - y + \lambda z = 3, \\ x + y + z = \lambda. \end{cases}$$

1. Calcule o determinante da matriz dos coeficientes D . Para quais valores de λ o sistema admite solução única?
2. Para o caso em que $D \neq 0$, determine explicitamente x, y, z aplicando a Regra de Cramer dependendo do λ .
3. Analise o que acontece quando o determinante é nulo: o sistema admite infinitas soluções ou não possui solução?

4ª Questão: (2.0 pontos). Verifique se ou não o conjunto U do espaço vetorial V é subespaço em casos:

a) $V = M_n(\mathbb{R})$, $U = \{A \in V \mid A^{-1} \text{ existe e } A^{-1} = A^t\}$.

b) $V = C(\mathbb{R})$ (funções contínuas reais), $U = \{f(x) \in V \mid f(x) + 2f'(x) = 0\}$.

5ª Questão: (2.0 pontos). Sejam:

$$V = P_3(\mathbb{R}),$$

$$U = \{p(x) \in V \mid p(0) = 0 = p(-1)\},$$

$$W = \left\{q(x) \in V \mid p''(x) = 0\right\}.$$

Verifique:

a) U, W são subespaços em V ?

b) $V = U \oplus W$?