MAT0103 - Matemática para Administração e Contabilidade

Lista 3

1º semestre de 2025

Prof. Kostiantyn Iusenko

(1) Determine o domínio maximal em que a função abaixo é inversível e a função inversa.

(a) $f(x) = \dfrac{1+3x}{5-2x}$; (b) $f(x) = \sqrt{2+5x}$; (c) $y = \ln(x+3)$; (d) $y = \dfrac{1+e^x}{1-e^x}$.

(2) Determine a função inversa f^{-1} para uma função dada f em cada caso.

(a) $f(x) = 1-3x$;

(b) $f(x) = x^2+1$;

(c) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$;

(d) $f(x) = x^2-2x$;

(e) $f(x) = \sqrt[8]{x^2+1}$;

(f) $f(x) = 10^{2x-3}$;

(g) $f(x) = \dfrac{2^x}{1+2^x}$;

(h) $f(x) = 1+\ln x+2$;

(i) $f(x) = \dfrac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}+1$;

(j) $f(x) = 1+2\text{sen}\dfrac{x-1}{x+1}$.

(3) Determine uma formula explícita para f^{-1} e esboce os gráficos de f e f^{-1}, no mesmo plano.

(a) $f(x) = 1-\frac{2}{x^2}$, $x>0$;

(b) $f(x) = \sqrt{x^2+2x}$, $x>0$;

(4) Encontre o valor do limite e justifique:

(a) $\lim\limits_{y\to 2}(y^3-2y^2+3y-4)$;

(b) $\lim\limits_{t\to 3}\dfrac{t^2-5}{2t^3+6}$;

(c) $\lim\limits_{s\to 1}\dfrac{s^3-1}{s-1}$;

(d) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2-17x+20}{4x^2-25x+36}$;

(e) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-x-12}$;

(f) $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$;

(g) $\lim\limits_{y\to -2}\dfrac{y^3+8}{y+2}$;

(h) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^3-5x^2-2x-3}{4x^3-13x^2+4x-3}$;

(i) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{h+1}-1}{h}$;

(j) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2-1}$;

(k) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x}{1-x}$;

(l) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}$;

(m) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right)$;

(n) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x(x-2)^2}-\frac{1}{x^2-3x+2}\right)$;

(o) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x+2}{x^2-5x+4}-\frac{x-4}{3(x^2-3x+2)}\right)$;

(p) $\lim_{x\to 1}\frac{x^m-1}{x^n-1}$, $n,m\in\mathbb{Z}$.

(5) Se $f(x)=\frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$, mostre que $\lim_{x\to 0} f(x)=\frac{1}{6}$, mas $f(0)$ não está definida.

(6) Seja $f(x)=\begin{cases} 3x+4, \text{ se } x\neq 1,\\ 1, \text{ se } x=1.\end{cases}$

(a) Determine $\lim_{x\to 1} f(x)$ e mostre que $\lim_{x\to 1} f(x)\neq f(1)$.

(b) Esboce o gráfico de f.

(7) Seja $f(x)=\begin{cases} x^2-4, \text{ se } x\neq -2,\\ 1, \text{ se } x=-2.\end{cases}$

(a) Determine $\lim_{x\to -2} f(x)$ e mostre que $\lim_{x\to -2} f(x)\neq f(-2)$.

(b) Esboce o gráfico de f.

(8) Esboce o gráfico e determine o limite indicado, se este existir. Se o limite não existir, dê a razão.

(a) $f(x)=\begin{cases} 2, \text{ se } x<2,\\ 1, \text{ se } x=2,\\ 0, \text{ se } x>2.\end{cases}$

(α) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$, (β) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$, (γ) $\lim_{x\to 2} f(x)$.

(b) $f(x)=\begin{cases} 2x-2, \text{ se } x\leq 1,\\ 2-x, \text{ se } x>1.\end{cases}$

(α) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$, (β) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$, (γ) $\lim_{x\to 1} f(x)$.

(c) $f(x)=\begin{cases} x^2, \text{ se } x\leq 2,\\ 8-2x, \text{ se } x>2.\end{cases}$

(α) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$, (β) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$, (γ) $\lim_{x\to 2} f(x)$.

(d) $f(t)=\begin{cases} 3+t^2, \text{ se } t<-3,\\ 0, \text{ se } t=-3,\\ 9-t^2, \text{ se } t>-3.\end{cases}$

(α) $\lim_{t\to -3^+} f(t)$, (β) $\lim_{t\to -3^-} f(t)$, (γ) $\lim_{t\to -3} f(t)$.