

MAT0103 - Matemática para Administração e Contabilidade

Lista 1

1º semestre de 2025

Prof. Kostiantyn Iusenko

(1) Enumere os elementos de cada um dos conjuntos dados conforme o exemplo

(a) (Exemplo) O conjunto A dos números ímpares maiores que 10.

Resposta: $A = \{11, 13, 15, 16, \dots\}$;

(b) O conjunto B números ímpares, múltiplos de 3 e menores que 20;

(c) O conjunto C dos números inteiros x que satisfazem a equação $x^2 - 3x + 2 = 0$;

(d) O conjunto D de todos inteiros que satisfazem $x^2 - 11x + 10 = 0$, ou são menores que 6;

(e) O conjunto E dos elementos de D que são números primos;

(f) O conjunto F dos números inteiros positivos que são divisíveis por 7 e maiores do que todas as soluções reais da equação $x^2 - 10x + 21 = 0$.

(2) Sejam $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20\}$, $Y = \{3, 6, 9, 10, 20\}$ e $Z = \{1, 2, 7, 8, 9, 10, 11, 15\}$. Enumere os conjuntos dados:

(a) O conjunto $A = X \cap Y$;

(b) O conjunto $B = X \cap Y \cap Z$;

(c) O conjunto $C = (X \cap Y) \cup Z$;

(d) O conjunto $D = X \cap (Y \cup Z)$;

(3) Considerando os conjuntos X, Y e Z da questão anterior, mostre que $D = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$.

(4) Considere $A = \{\clubsuit, \heartsuit, \spadesuit, \diamondsuit\}$, formado por quatro elementos distintos.

(a) Encontre todos os subconjuntos X, Y, Z de A que satisfazem

$$X \cup Y \cap Z = \{\heartsuit, \spadesuit, \diamondsuit\}.$$

(b) Existem subconjuntos X, Y de A tais que

$$X \cap Y = \{\clubsuit, \heartsuit\} \setminus Y?$$

Justifique sua resposta.

(5) Calcule os valores indicados da função dada:

(a) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$; $f(1), f(0), f(-2)$;

(b) $h(t) = (2t + 1)^3$; $h(-1), h(0), h(1)$;

(c) $g(x) = x + \frac{1}{x}$; $g(-1), g(1), g(2)$;

(d) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$; $f(2), f(0), f(-1)$;

(e) $h(t) = \sqrt{t^2 + 2t + 4}$; $h(2), h(0), h(-4)$;

(f) $g(u) = (u + 1)^{3/2}$; $g(0), g(-1), g(8)$;

(g) $f(t) = (2t - 1)^{-3/2}$; $f(1), f(5), f(13)$;

(h) $g(x) = 4 + |x|$; $g(-2), g(0), g(2)$;

(i) $f(x) = x - |x - 2|$; $f(1), f(2), f(3)$.

(6) Prove que, se p é um número primo, então $\sqrt{p}$ é irracional.

Dica: siga os passos da prova do fato de que " $\sqrt{2}$ é irracional".

(7) Calcule a função composta $g[h(x)]$

(a) $g(u) = u^2 + 4$, $h(x) = x - 1$;

(b) $g(u) = 3u^2 + 2u - 6$, $h(x) = x + 2$;

(c) $g(u) = (2u + 10)^2$, $h(x) = x - 5$;

(d) $g(u) = \frac{1}{u}$, $h(x) = x^2 + 2x - 2$.

(8) Calcule a função composta indicada:

(a)

(b) $f(x + 1)$, sendo $f(x) = x^2 + 5$;

(c) $f(x - 2)$, sendo $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$;

(d) $f(\frac{1}{x})$, sendo $f(x) = 3x + \frac{2}{x}$;

(e) $f(x^2 + 3x - 1)$, sendo $f(x) = \sqrt{x}$;

(f) $f(x + 1)$, sendo $f(x) = \frac{x - 1}{x}$.

(9) Identifique as funções $h(x)$ e $g(x)$ tais que $f(x) = g[h(x)]$:

(a) $f(x) = (x^5 - 3x^2 + 12)^3$;

(b) $f(x) = \sqrt{3x - 5}$;

(c) $f(x) = (x - 1)^2 + 2(x - 1) + 3$;

(d) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$;

(e) $f(x) = \sqrt{x + 4} - \frac{1}{(x + 4)^3}$.

(10) Construa o gráfico da função dada:

(a) $f(x) = x$;

(b) $f(x) = x^2$;

(c) $f(x) = x^3$;

(d) $f(x) = x^4$;

(e) $f(x) = \frac{1}{x}$;

(f) $f(x) = \frac{1}{x^2}$;

(g) $f(x) = \frac{1}{x^3}$;

(h) $f(x) = \sqrt{x}$;

(i) $f(x) = 2x - 1$;

(j) $f(x) = 2 - 3x$;

(k) $f(x) = -x^2$;

(l) $f(x) = (x - 1)(x + 2)$;

(m) $f(x) = (x + 2)(x + 1)$;

(n) $f(x) = \frac{1}{x - 2}$;

(o) $f(x) = \frac{1}{(x + 2)^2}$;

(p)

(q) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 1 \\ 2 - (x - 2)^2, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

(11) Determine o domínio de cada uma das seguintes funções:

(a) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}$

(c) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x}{x + 3}}$

(d) $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{5 - 2x}$

(e) $f(x) = \sqrt{5 - x^2}$

(f) $y = \sqrt{1 - \sqrt{x}}$

(12) Calcule o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos dados:

(a) $(2, -3)$ e $(0, 4)$;

(b) $(-1, 2)$ e $(2, 5)$;

(c) $(2, 0)$ e $(0, 2)$;

(d) $(5, -1)$ e $(-2, -1)$.

(13) Calcule o coeficiente angular da reta dada e também a intersecção com o eixo Oy . Construa o gráfico da reta dada.

(a) $y = 3x$;

(b) $y = 5x + 2$;

(c) $y = 3x - 6$;

(d) $x + y = 2$.

(14) Escreva a equação da reta especificada:

(a) Passa por $(2, 0)$ e o coeficiente angular é 1;

(b) Passa por $(-1, 2)$ e o coeficiente angular é $\frac{2}{3}$;

(c) Passa por $(5, -2)$ e o coeficiente angular é $-\frac{1}{2}$;

(d) Passa por $(2, 5)$ e é paralela ao eixo x ;

(e) Passa por $(2, 5)$ e é paralela ao eixo y .