MAT0103 - Prova de nivelamento (04/04/2025)

Nome:
Número USP:
Assinatura:

Gabarito					
Questão	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

1) Assinale a alternativa que contém uma expressão algébrica equivalente a

$$\frac{4x^2 - 4x - 3}{4x^2 - 9}$$

quando $x \neq \frac{3}{2}$.

(*a*) $\frac{2x+1}{2x+3}$ **(*b*)** $\frac{2x+3}{2x+1}$ **(*c*)** $\frac{2x-1}{2x+3}$ **(*d*)** $\frac{2x-3}{2x+1}$ **(*e*)** $\frac{2x-1}{2x-3}$

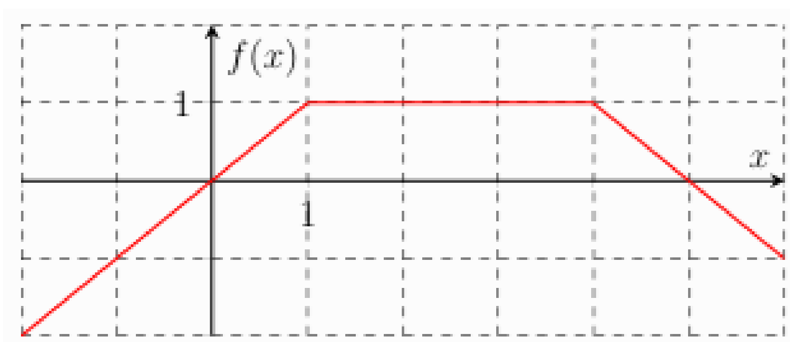
2) Assinale a alternativa que indica uma expressão equivalente a

$$(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2.$$

(*a*) $4ab$ **(*b*)** $2a^2b^2$ **(*c*)** $\left[(a+b)^2 - (a^2 - b^2)\right]^2$

(*d*) $\left[(a+b)^2 - (a^2 + b^2)\right]^2$ **(*e*)** $\left[(a+b)^2 + (a^2 + b^2)\right]^2$

3) Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida pelo gráfico abaixo:



A lei de formação da função f é dada por

(*a*) $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{se } x < 0 \\ 2, & \text{se } 0 \leq x < 4 \\ x^2 - x, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$

(*b*) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x < 0 \\ 1, & \text{se } 0 < x < 4 \\ 2 - x, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$

(*c*) $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{se } x < 0 \\ 1, & \text{se } 0 \leq x < 4 \\ x - 2, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$

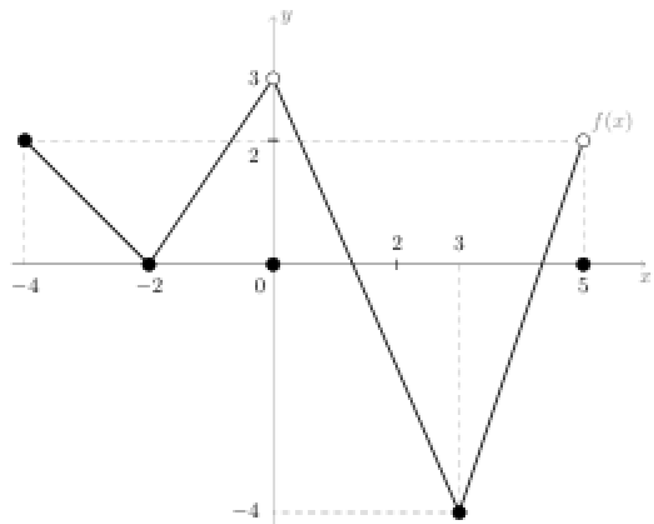
(*d*) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq 1 \\ x, & \text{se } 1 < x < 4 \\ -x, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$

(*e*) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq 1 \\ 1, & \text{se } 1 < x < 4 \\ 5 - x, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$

4) Considere a função $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{8 - |x-7|}}$. Pode-se dizer que o domínio de f é

(a) $(7, 8)$ **(b)** $(-1, 15)$ **(c)** $[-1, 15]$ **(d)** $[0, 14]$ **(e)** $\mathbb{R}$

Para as próximas duas questões, considere a função $f\colon [-4, 5] \to \mathbb{R}$, cujo gráfico está mostrado na figura seguinte.



5) Qual dos conjuntos abaixo representa a imagem de f?

(a) $[-4, 3)$ **(b)** $[-4, 3]$ **(c)** $[-4, 5]$ **(d)** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ **(e)** $\mathbb{R}$

6) Quantas soluções possui a equação $f(f(x)) = 2$?

(a) 3 **(b)** 4 **(c)** 6 **(d)** 7 **(e)** 8

Para as próximas duas questões, considere as funções f e g dadas por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x, & \text{se } x < 3 \\ 2x - 1, & \text{se } x \geq 3 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & \text{se } x \leq 8 \\ x^3 + 2x - 1, & \text{se } x > 8 \end{cases}$$

7) A soma das raízes reais de f e g é

(a) $-\dfrac{5}{2}$ **(b)** $\dfrac{7}{2}$ **(c)** $-\dfrac{3}{2}$ **(d)** $\dfrac{3}{2}$ **(e)** 0

8) Para $x \in (3,4)$, o valor de $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)$ é

(***a***) $2(x-1)^3$ (***b***) $2(x+1)(x^2-x+1)$ (***c***) $2(x-1)(x^2+x-1)$
(***d***) $2(x-1)(x^2-x+1)$ (***e***) 0

9) Em relação à equação $\log\left|x^2+x-1\right| = 0$, é possível afirmar que

(***a***) não admite solução real (***b***) admite apenas uma solução real
(***c***) admite exatamente duas soluções reais (***d***) admite exatamente três soluções reais
(***e***) admite exatamente quatro soluções reais

10) O conjunto das soluções reais da inequação

$$|x| + |x-1| < 7$$

é dado por

(***a***) $[-1,0)$ (***b***) $(-3,-2)$ (***c***) $(-3,4)$ (***d***) $(-3,3)$ (***e***) $(-\infty,\infty)$

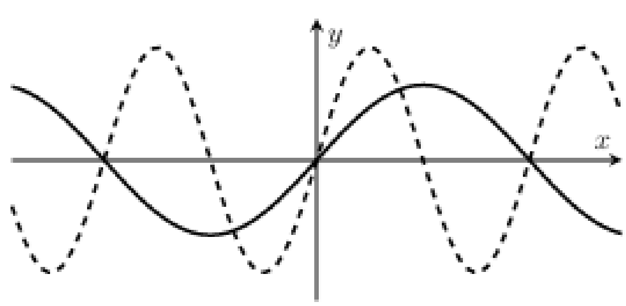
11) Seja $x \neq \frac{k\pi}{2}$, com $k \in \mathbb{Z}$. O valor de

$$\frac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{sen}(x)} - \frac{\cos(3x)}{\cos(x)}$$

é

(***a***) -2 (***b***) -1 (***c***) 0 (***d***) 1 (***e***) 2

12) Sejam a e b números reais positivos. Na figura abaixo, a linha pontilhada representa o gráfico da função $f(x) = 4\ \operatorname{sen}(x)$ e a linha contínua representa o gráfico da função $g(x) = 4a\operatorname{sen}(bx)$.



Pode-se afirmar que

(***a***) $0 < a < 1$ e $b > 1$ (***b***) $0 < a < 1$ e $0 < b < 1$ (***c***) $a > 1$ e $0 < b < 1$
(***d***) $a = 1$ e $b > 1$ (***e***) $0 < a < 1$ e $b = 1$