

Lista III - Gabarito

MAT0134 - INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA LINEAR
2º Semestre de 2023
IME-USP

Prof. Kostiantyn Iusenko

Exercício 1.

- a) $[S] = \mathbb{R}^2$;
- b) $[S] = \{(x, x, y) \in \mathbb{R}^3 : x, y \in \mathbb{R}\}$;
- c) $[S] = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$;
- d) $[S] = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) : a \in \mathbb{R} \right\}$.

Exercício 2.

- a) $S = \{(2, 1, 0), (0, 0, 1)\}$;
- b) $S = \{1\}$;
- c) $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{a}{b} \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Exercício 3.

- a) $U \cap W = [(0, 1, 1)]$ e $U + W = V$;
- b) $U = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$, $U \cap W = [(1, -1, -6)]$ e $U + W = V$;
- c) $U \cap W = \{0\}$, $U + W = V$ e $U = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$;
- d) $U \cap W = [t^3, t + 1]$ e $U + W = V$.

Exercício 4.

- a) *Li.*;
- b) *Li.*;
- c) *Li.*;
- d) *Li.*;
- e) *Li.*;
- f) *Li.*;
- g) *Li.*

Exercício 6. Dica: n vetores num espaço de dimensão $m < n$ é sempre *l.d.*

Exercício 7. $a \notin \{0, \pm\sqrt{2}\}$.

Exercício 8.

- a) Sim;
- b) Sim;
- c) Sim.

Exercício 9.

- a) $\{(1, 1, 0, -3), (0, 0, 1, 0)\}$;
- b) $\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$;
- c) $\{1, t\}$.

Exercício 10.

- a) $U = [(1, 0, -1), (0, 1, -1)], W = [(1, 0, 0), (0, 1, 0)], U + W = [(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)]$ e $U \cap W = [(1, -1, 0)]$;
- b) $U = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right], W = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\right], U + W = U$ e $U \cap W = W$;
- c) $U = [1], W = [t^2 - t], U + W = [t^2 - t, 1]$ e $U \cap W = \{0\}$.

Exercício 11.

- a) $u = (-1, 8, 5)_{\mathcal{B}}$;
- b) $u = (-3, 9, -1)_{\mathcal{B}}$;
- c) $u = \left(-\frac{9}{11}, \frac{36}{11}, -\frac{2}{11}\right)_{\mathcal{B}}$.

Exercício 12.

- a) $p = (10, 0, 1, 2)_{\mathcal{B}}$;
- b) $p = (10, -1, -1, 2)_{\mathcal{B}}$;
- c) $p = (-2, 10, -1, 2)_{\mathcal{B}}$.

Exercício 13.

- a) $A = (2, 5, -8, 7)_{\mathcal{B}}$;
- b) $A = (-3, 13, -15, 7)_{\mathcal{B}}$.

Exercício 14. Dica: Escreva o sistema linear homogêneo em sua forma matricial.

Exercício 15.

- a) $\{(8, 2, -1, 0), (11, 4, 0, -1)\}$;
 b) $\{(28, -5, 1, 0), (-27, 5, 0, 1)\}$.

Exercício 16.

- b) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$;
 c) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Exercício 17.

- a) $\{(0, 2, -1, 0, 1), (0, 4, -5, 1, 0)\}$;
 b) $m = 6$;
 c) Não.

Exercício 18.

- a) $\{x^2 - 1, x + 1\}$;
 b) m, n e r devem ser tais que $r = n - m$;
 c) Sim.

Exercício 19.

- a) $\mathcal{B} = \{x^3 - x, x^2 - 1, x - 1\}$;
 b) Sim. Neste caso, $p = (2, 3, 0)_{\mathcal{B}}$.

Exercício 20.

- a) $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;
 b) Sim. Neste caso, $M = (3, -2)_{\mathcal{B}}$.

Exercício 21.

- b) $\{(1, 0, 0, 2, 0), (0, 0, -1, 0, 1), (2, 1, 0, -3, -5), (0, 1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 0, 0)\}$.

Exercício 22. $b \neq 0, 2$.

Exercício 24.

- b) Dica: Considere uma função qualquer com suporte infinito.

Exercício 25. Dica: Dada uma combinação linear nula, derive-a.

Exercício 26. Dica: Mesma do exercício 25.

Exercício 27.

a) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$;

b) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$;

d) $w = (2, -1)_B$ e $w = (-1, 1)_C$.

e) $w = (3, -1)_C$ e $w = (4, -1)_B$.

Exercício 28.

a) $M_{C,B} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 0 & 11 & -5 \\ 0 & -5 & 11 \\ 16 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.