MAT1351 — Lista 2

Prof. Kostiantyn Iusenko
Monitor: Guilherme C. Cruz

Dicas: Em cada um dos exercícios a seguir, há uma boa quantidade de itens. Faça os itens que te chamarem a atenção. Caso o exercício pareça repetitivo, passe para o próximo. Não deixe de fazer pelo menos um item de cada exercício.

1. Para cada uma das funções reais de variável real abaixo, determine o maior domínio possível para que sua expressão faça sentido. Faça um esboço do gráfico para os itens n)–x).

   a) $f(x) = \sqrt{x-1}$;
   b) $f(x) = \sqrt{2x+1}$;
   c) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$;
   d) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-2x+1}$;
   e) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+100}}{x^2-10x+16}$;
   f) $g(x) = \dfrac{x^2+5}{x+2}$;
   g) $f(t) = \dfrac{t+1}{t^2-t-2}$;
   h) $f(x) = \dfrac{x}{x+5} - \dfrac{10}{3x^2-5x+1}$;
   i) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$;
   j) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$;
   k) $f(x) = \sqrt{2-\sqrt{x}}$;
   l) $f(t) = (2t-4)^{3/2}$;
   m) $f(x) = (x^2-9)^{-1/2}$
   n) $f(x) = 10^x$;
   o) $f(x) = 10^x + 10$;
   p) $f(x) = 10.10^x$;
   q) $f(x) = \dfrac{1}{10^x}$:
   r) $f(x) = 2^{|x|}$;
   s) $f(x) = 2^{\operatorname{sen}(x)}$;
   t) $f(x) = \log_{10}(x+1)$;
   u) $f(x) = \log_{10}(x^5)$;
   v) $f(x) = \log_{10}(|x|)$;
   w) $f(x) = \log_{0.5}(x)$;
   x) $f(x) = \log_{0.1} \dfrac{1}{x}$.

2. Resolva as inequações.

   a) $(2x-1)(x-3) > 0$;
   b) $\dfrac{x-3}{x^2+1} < 0$;
   c) $\dfrac{2x-1}{x-3} > 5$;
   d) $\dfrac{x-1}{2-x} < 1$;
   e) $\dfrac{x}{2x-3} \leqslant 3$;
   f) $3x^2 \leqslant 48$;
   g) $(2x-1)(x^2-4) \geqslant 0$;
   h) $\dfrac{x^2-4}{x^2+4} > 0$;
   i) $|2x-1| < 3$;
   j) $|3x-1| < -2$;
   k) $|3x-1| < \frac{1}{3}$;
   l) $|x+3| > 1$;
   m) $|2x-3| > 3$;
   n) $|x+1| < |2x-1|$;
   o) $|x-1| - |x+2| > x$;
   p) $|x-2| + |x-1| > 1$.

3. Resolva as seguintes inequações.

a) $2^x \leqslant 1$;
b) $2^{x^3-7x+1} > 0$;
c) $2^x \geqslant 3^x$;
d) $2^{2^x} > 16$;
e) $5^{|x|+1} < 125$;
f) $|2^x - 16| \leqslant 16$;
g) $|2^{|x|} - 16| \leqslant 16$;
h) $10^x + \dfrac{1}{10^x} \leqslant \sqrt{2}$;
i) $\dfrac{1}{6^{2x}} < 216$;
j) $\log_{10}(2x) \leqslant 2\log_{10}(x)$;
k) $\log_7(x) + \log_{49}(x) > 0$;
l) $2^{\log_4 x} < 5$;
m) $8^{\log_2 x} \leqslant 27$;
n) $\log_x 10 \leqslant 1$.

4. Determine os possíveis domínios em que a função abaixo é inversível e ache sua função inversa.

a) $f(x) = 1 - 3x$;
b) $f(x) = x^2 + 1$;
c) $f(x) = x^2 - 2x$;
d) $f(x) = \sqrt{2 + 5x}$;
e) $f(x) = \sqrt[8]{x^2 + 1}$;
f) $f(x) = \ln(x + 3)$;
g) $f(x) = 1 + \ln(x + 2)$;
h) $f(x) = 10^{2x-3}$;
i) $f(x) = \frac{1}{1-x}$;
j) $f(x) = \frac{1+3x}{5-2x}$;
k) $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$;
l) $f(x) = \frac{2^x}{1+2^x}$;
m) $f(x) = \frac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}$.
n) $f(x) = 1 + 2\,\mathrm{sen}\,\frac{x-1}{x+1}$.

5. Determine a inversa f^{-1} e esboce os gráficos de f e f^{-1}, no mesmo plano.

a) $f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$, $x > 0$;
b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$, $x > 0$;

6. Esboce os gráficos das funções abaixo:

a) $f(x) = \sqrt{-x}$
b) $f(x) = |x^2 - 3|$;
c) $f(x) = (x + 5)^4 - 3$;
d) $f(x) = ||x| - 1| + 1$
e) $f(x) = x - |x|$;
f) $f(x) = 3\cos 2x$;
g) $f(x) = \tan(x + \pi/3)$;
h) $f(x) = 5|\sin x| + 1$;
i) $f(x) = \sqrt[3]{|x| - 2}$;
j) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & \text{se } x \neq 1 \\ 5, & \text{se } x = 1 \end{cases}$
k) $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9} + 2$;

7. Faça um esboço das regiões do plano determinado pelos pontos (x, y) que satisfazem as seguintes condições:

a) $y \leqslant 2x$ e $x + y \geqslant 1$;
b) $|y| \leqslant x - 1$ e $x - y \geqslant 2$;
c) $x^2 + y^2 \leqslant 1$, $x - y \leqslant -1$ e $x + y \geqslant 0$;
d) $(x - 1)^2 + y^2 \leqslant 4$, $x + y \geqslant 1$ e $x + y \leqslant 1 + 2\sqrt{2}$;
e) Região limitada pelas parábolas $y = x^2 - 1$ e $y = -2x^2 + 3$.