MAT1351 — Lista 2 — Gabarito

Prof. Kostiantyn Iusenko

Monitor: Guilherme C. Cruz

1. Para cada uma das funções reais de variável real abaixo, determine o maior domínio possível para que sua expressão faça sentido. Faça um esboço do gráfico para os itens n)–x).

   a) $f(x) = \sqrt{x-1}$; o domínio é o intervalo $[1, +\infty)$.

   b) $f(x) = \sqrt{2x+1}$; o domínio é o intervalo $[-\frac{1}{2}, +\infty)$.

   c) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$; o domínio é $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$.

   d) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-2x+1}$; o domínio é dado pelos valores de x tais que $x \neq 1$.

   e) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+100}}{x^2-10x+16}$; o domínio é dado pelos valores de x tais que $x \geqslant -100$ $x \neq 2$ e $x \neq 8$.

   f) $g(x) = \dfrac{x^2+5}{x+2}$; o domínio é dado pelos valores de x tais que $x \neq 2$.

   g) $f(t) = \dfrac{t+1}{t^2-t-2}$; o domínio é dado pelos valores de t tais que $t \neq -1$ e $t \neq 2$.

   h) $f(x) = \dfrac{x}{x+5} - \dfrac{10}{3x^2-5x+1}$; o domínio é dado pelos valores de x tais que $x \neq -5$ e $x \neq \frac{5}{6} \pm \frac{\sqrt{13}}{5}$.

   i) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$; o domínio é $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$.

   j) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$; o domínio é o intervalo aberto $(1, +\infty)$.

   k) $f(x) = \sqrt{2-\sqrt{x}}$; o domínio é o intervalo $[0, 4]$.

   l) $f(t) = (2t-4)^{3/2}$; o domínio é $[2, +\infty)$.

   m) $f(x) = (x^2-9)^{-1/2}$; o domínio é $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$.

   n) $f(x) = 10^x$; o domínio é $\mathbb{R}$.

   o) $f(x) = 10^x + 10$; o domínio é $\mathbb{R}$.

   p) $f(x) = 10.10^x$; o domínio é $\mathbb{R}$.

   q) $f(x) = \dfrac{1}{10^x}$: o domínio é $\mathbb{R}$.

   r) $f(x) = 2^{|x|}$; o domínio é $\mathbb{R}$.

   s) $f(x) = 2^{\operatorname{sen}(x)}$; o domínio é $\mathbb{R}$.

   t) $f(x) = \log_{10}(x+1)$; o domínio é o intervalo aberto $(-1, +\infty)$.

   u) $f(x) = \log_{10}(x^5)$; o domínio é o intervalo aberto $(0, +\infty)$.

   v) $f(x) = \log_{10}(|x|)$; o domínio é $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

   w) $f(x) = \log_{0.5}(x)$; o domínio é o intervalo aberto $(0, +\infty)$.

   x) $f(x) = \log_{0.1} \dfrac{1}{x}$; o domínio é o intervalo aberto $(0, +\infty)$.

   Os esboços de gráficos podem ser consultado no Wolfram Alpha.

2. Resolva as inequações.

   a) $x > 3$ ou $x < \dfrac{1}{2}$;
   b) $x < 3$;
   c) $3 < x < \dfrac{14}{3}$;
   d) $x > 2$ ou $x < \dfrac{3}{2}$;
   e) $x \geqslant \dfrac{9}{5}$ ou $x < \dfrac{3}{2}$;
   f) $-4 \leqslant x \leqslant 4$;
   g) $x \geqslant 2$ ou $-2 \leqslant x \leqslant \dfrac{1}{2}$;
   h) $x > 2$ ou $x < -2$;
   i) $-1 < x < 2$;
   j) não há solução
   k) $\dfrac{2}{9} < x < \dfrac{4}{9}$
   l) $x > -2$ ou $x < -4$;
   m) $x > 3$ ou $x < 0$;
   n) $x < 0$ ou $x > 2$;
   o) $x < -\frac{1}{3}$;
   p) $x < 1$ ou $x > 2$

3. Resolva as seguintes inequações.

   a) $x \leqslant 0$
   b) Todo valor real de x é solução.
   c) $x \leqslant 0$;
   d) $x > 2$;
   e) $-2 < x < 2$;
   f) $x \leqslant 5$;
   g) $-5 \leqslant x \leqslant 5$;
   h) não há solução;
   i) $x > -\dfrac{3}{2}$;
   j) $x \geqslant 2$;
   k) $x > 1$;
   l) $0 < x < 25$;
   m) $0 < x \leqslant 3$;
   n) $x \geqslant 10$.

4. Determine os possíveis domínios em que a função abaixo é inversível e ache sua função inversa.

   a) $f(x) = 1 - 3x$; ela é inversível em toda a reta real $\mathbb{R}$ e sua inversa é $f^{-1}(x) = \dfrac{1-x}{3}$.
   b) $f(x) = x^2+1$; ela é inversível em $[0, +\infty)$ com inversa $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$ ou em $(-\infty, 0]$ com inversa $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}$.
   c) $f(x) = x^2 - 2x$; ela é inversível em $[1, +\infty)$ com inversa $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+1}$ ou em $(-\infty, 1]$ com inversa $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x+1}$.
   d) $f(x) = \sqrt{2+5x}$; ela é inversível em $[\frac{-2}{5}, +\infty)$ com inversa $f^{-1}(x) = \dfrac{x^2-2}{5}$.
   e) $f(x) = \sqrt[8]{x^2+1}$; ela é inversível em $[0, +\infty)$ com inversa $f^{-1}(x) = \sqrt{x^8-1}$ ou em $(-\infty, 0]$ com inversa $f^{-1}(x) = -\sqrt{x^8-1}$.
   f) $f(x) = \ln(x+3)$; ela é inversível em $(-3, +\infty)$ com inversa $f^{-1}(x) = e^x - 3$.
   g) $f(x) = 1 + \ln(x+2)$; ela é inversível em $(-2, +\infty)$ com inversa $f^{-1}(x) = e^{x-1} - 2$.
   h) $f(x) = 10^{2x-3}$; ela é inversível em $\mathbb{R}$ com inversa $f^{-1}(x) = \dfrac{\log_{10}(x)+3}{2}$.
   i) $f(x) = \frac{1}{1-x}$; ela é inversível em $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ com inversa $f^{-1}(x) = \dfrac{x-1}{x}$.
   j) $f(x) = \frac{1+3x}{5-2x}$; ela é inversível em $\mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{2}\}$ com inversa $f^{-1}(x) = \dfrac{5x-1}{2x+3}$.

k) $f(x)=\frac{1+e^x}{1-e^x}$; ela é inversível em $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ com inversa $f^{-1}(x)=\ln(\dfrac{x-1}{x+1})$.

l) $f(x)=\frac{2^x}{1+2^x}$; ela é inversível em $\mathbb{R}$ com inversa $f^{-1}(x)=\log_2(\dfrac{x}{1-x})$.

m) $f(x)=\frac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}$; ela é inversível em $\mathbb{R}$ com inversa $f^{-1}(x)=\log_{10}(\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}})$.

n) $f(x)=1+2\,\mathrm{sen}\,(\frac{x-1}{x+1})$; ela é inversível, por exemplo, no intervalo $\left[\dfrac{2+\pi}{2-\pi},\dfrac{2+3\pi}{2-3\pi}\right]$ (isto é, o intervalo dos valores de x tais que $\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{x-1}{x+1}\leqslant\frac{3\pi}{2}$) com inversa
$f^{-1}(x)=\dfrac{\mathrm{arc\,sen}\,(\frac{1-x}{2})-1}{-\,\mathrm{arc\,sen}\,(\frac{1-x}{2})-1}$.

5. Determine a inversa f^{-1} e esboce os gráficos de f e f^{-1}, no mesmo plano.

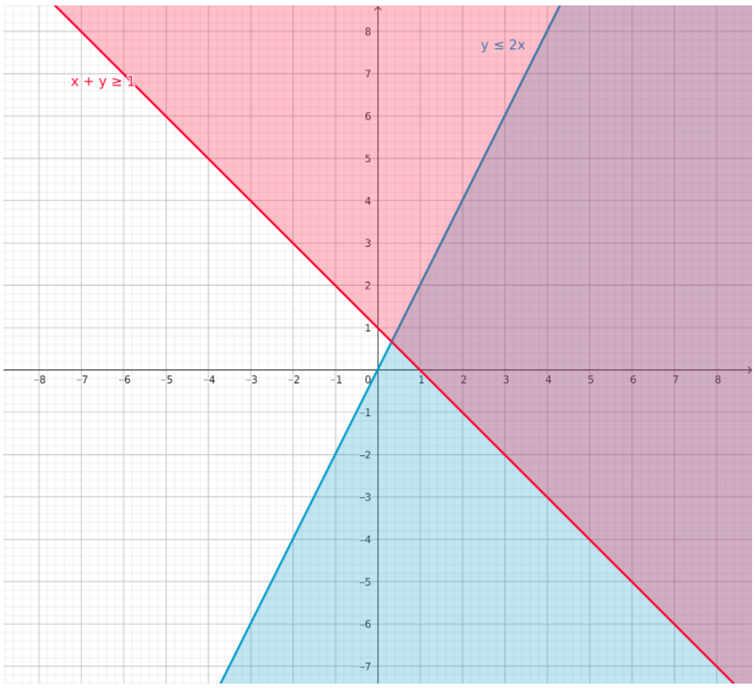
a) $f(x)=1-\frac{2}{x^2}$, $x>0$; sua inversa é dada por $f^{-1}(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{1-x}}$.

b) $f(x)=\sqrt{x^2+2x}$, $x>0$; sua inversa é dada por $f^{-1}(x)=-1+\sqrt{x^2+1}$.

6. Esboços de gráficos podem ser consultados no site do Wolfram Alpha ou no GeoGebra.

7. Faça um esboço das regiões do plano determinado pelos pontos (x,y) que satisfazem as seguintes condições:

a) $y\leqslant 2x$ e $x+y\geqslant 1$;
Abaixo, representei a solução no GeoGebra (caso você não conheça, é um ótimo aplicativo online para representar funções e figuras geométricas). A região desejada é a interseção do vermelho com o azul, isto é, a região roxa.



Caso você queira conferir suas respostas dos outros itens, experimente o GeoGebra.