MAT1351 — Lista 1 — Soluções

Prof. Kostiantyn Iusenko
Monitor: Guilherme da Costa Cruz

1) (a) $A = \{11, 13, 15, 16, \ldots\}$;
   (b) $B = \{3, 9, 15\}$
   (c) $C = \{1, 2\}$
   (d) $D = \{10, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, \ldots\}$
   (e) $E = \{2, 3, 5\}$
   (f) $F = \emptyset$

2) Sejam $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20\}$, $Y = \{3, 6, 9, 10, 20\}$ e $Z = \{1, 2, 7, 8, 9, 10, 11, 15\}$. Enumere os conjuntos dados:
   (a) $A = X \cap Y = \{3, 10, 20\}$
   (b) $B = X \cap Y \cap Z = \{10\}$;
   (c) $C = (X \cap Y) \cup Z = \{1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 20\}$;
   (d) $D = X \cap (Y \cup Z) = \{1, 2, 10, 15\}$;
   (e) Pode-se ver que $D = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$ notando que os elementos da união entre $(X \cap Y)$ e $(X \cap Z)$ são os mesmos do conjunto D.

3) Calcule os valores indicados da função dada:
   a) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$; $\quad f(1) = 6, f(0) = -2, f(-2) = 0$;
   b) $h(t) = (2t + 1)^3$; $\quad h(-1) = -1, h(0) = 1, h(1) = 27$;
   c) $g(x) = x + \dfrac{1}{x}$; $\quad g(-1) = -2, g(1) = 2, g(2) = \dfrac{5}{2}$;
   d) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$; $\quad f(2) = \dfrac{2}{5}, f(0) = 0, f(-1) = \dfrac{-1}{2}$;
   e) $h(t) = \sqrt{t^2 + 2t + 4}$; $\quad h(2) = 2\sqrt{3}, h(0) = 2, h(-4) = 2\sqrt{7}$;
   f) $g(u) = (u + 1)^{3/2}$; $\quad g(0) = 1, g(-1) = 0, g(8) = 27$;
   g) $f(t) = (2t - 1)^{-3/2}$; $\quad f(1) = 1, f(5) = \dfrac{1}{27}, f(13) = \dfrac{1}{125}$;
   h) $g(x) = 4 + |x|$; $\quad g(-2) = 6, g(0) = 4, g(2) = 6$;
   i) $f(x) = x - |x - 2|$; $\quad f(1) = 0, f(2) = 2, f(3) = 2$.

4) Prove que, se p é um número primo, então $\sqrt{p}$ é irracional.
   Dicas: Siga os passos da prova do fato "$\sqrt{2}$ é irracional". Em mais detalhes, realize uma prova por absurdo. Isto é, suponha que você possa escrever tal número como uma fração $\sqrt{p} = \dfrac{m}{n}$ com m e n inteiros. Isso implica que $pn^2 = m^2$. Agora, utilize o fato de que, se um número primo é divisor de m^2, então ele também é divisor de m. Obtenha um absurdo a partir disso.

5) Calcule a função composta $g[h(x)]$

a) $g[h(x)] = (x-1)^2 + 4$;

b) $g[h(x)] = 3(x+2)^2 + 2(x+2) - 6$;

c) $g[h(x)] = (2(x-5)+10)^2$;

d) $g[h(x)] = \dfrac{1}{x^2+2x-2}$.

6) Calcule a função composta indicada:

a) $f(x+1) = (x+1)^2 + 5$;

b) $f(x-2) = 2(x-2)^2 - 3(x-2) + 1$;

c) $f(\frac{1}{x}) = \dfrac{3}{x} + 2x$;

d) $f(x^2+3x-1) = \sqrt{x^2+3x-1}$;

e) $f(x+1) = \dfrac{x}{x+1}$.

7) Identifique as funções $h(x)$ e $g(x)$ tais que $f(x) = g[h(x)]$. Nesse exercício, pode haver mais de uma solução para cada item. Algumas possíveis estão elencadas abaixo:

a) $h(x) = x^5 - 3x^2 + 12$, $g(x) = x^3$;

b) $h(x) = 3x - 5$, $g(x) = \sqrt{x}$;

c) $h(x) = x - 1$, $g(x) = x^2 + 2x + 3$;

d) $h(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x+1}$;

e) $h(x) = x + 4$, $g(x) = \sqrt{x} - \dfrac{1}{x^3}$;

f) $h(x) = x + 3$, $g(x) = \sqrt{x} - \dfrac{1}{(x+1)^3}$.

8) Construa o gráfico da função dada: Para esse execício, pode-se consultar o site Wolfram Alpha `https://www.wolframalpha.com/input?i=batman+equation`. Basta escrever as funções na barra de pesquisa.

9) Calcule o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos dados:

a) $\dfrac{7}{2}$

b) 1;

c) -1;

d) 0.

10) Calcule o coeficiente angular da reta dada e também a intersecção com o eixo $0y$. Construa o gráfico da reta dada.

a) O coeficiente angular é 3 e a interseção com o eixo y é 0;

b) O coeficiente angular é 5 e a interseção com o eixo y é 2;

c) O coeficiente angular é 3 e a interseção com o eixo y é -6;

d) O coeficiente angular é -1 e a interseção com o eixo y é 2.

11) Escreva a equação da reta especificada:

a) $y = x - 2$

b) $y = \frac{2x}{3} + \frac{8}{3}$

c) $y = \frac{-x}{2} - \frac{9}{2}$

d) $y = 5$

e) $x = 2$