MAT1351 — Lista7

Prof. Kostiantyn Iusenko

Regra de L'Hôpital

Calcule os limites usando a regra de L'Hôpital:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$;

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-1}{\operatorname{sen} x}$;

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-\operatorname{sen} x}{x-\tan x}$;

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+5x+6}{x^2-x-12}$;

e) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^m-a^m}{x^n-a^n}$;

f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\cos x}{x}$;

g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\alpha x}-\cos \alpha x}{e^{\beta x}-\cos \beta x}$;

h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{a\sqrt{x}}-1}{\sqrt{\operatorname{sen}(bx)}}$;

i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x-b^x}{c^x-d^x}$;

j) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$;

k) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-e^{-x}}{\operatorname{sen} x\cos x}$;

l) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x-b^x}{x\sqrt{1-x^2}}$;

m) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x\ln(x-a)}{\ln(e^x-e^a}$;

n) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\operatorname{sen} x}$;

o) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\tan x}-e^x}{\tan x-x}$;

p) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^3}-1-x^3}{\operatorname{sen}^6(2x)}$;

q) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\operatorname{sen} 2x}{\ln\operatorname{sen} x}$;

r) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x}{\ln\operatorname{sen} x}$;

s) $\lim\limits_{x\to \infty} x^n e^{-x}$;

t) $\lim\limits_{x\to \infty} x\operatorname{sen}\frac{a}{x}$;

u) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{x}{\ln x}\right)$;

v) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$.

Graficos das funções

Esbose o grafico da função dada $f(x)$:

a) $f(x)=x^3+x$;

b) $f(x)=8x^2-x^4$;

c) $f(x)=x(x+2)^3$;

d) $f(x)=20x^3-3x^5$;

e) $f(x)=2x^5-5x^2+1$;

f) $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$;

g) $f(x)=\dfrac{x}{(x-1)^2}$;

h) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-9}$;

i) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+9}$;

j) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x^4}$;

k) $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$;

l) $f(x) = \dfrac{x - 1}{x^2}$;

m) $f(x) = x\sqrt{5 - x}$;

n) $f(x) = 2\sqrt{x} - x$;

o) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{x - 5}}$;

p) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$;

q) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$;

r) $f(x) = 3 \operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^3 x$;

s) $f(x) = x \tan(x), \quad -\pi/2 < x < \pi/2$;

t) $f(x) = \operatorname{sen} 2x - 2 \operatorname{sen} x$;

u) $f(x) = \operatorname{sen} x - x$;

v) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x}$;

w) $f(x) = \ln \operatorname{sen} x$;

x) $f(x) = x(\ln x)^2$;

Polinomio de Taylor

1. Determine o polinômio de Taylor de ordem 2 para cada função abaixo em torno do ponto x_0 indicado.

   a) $f(x) = \ln(1 + x)$ e $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = e^x$ e $x_0 = 0$;

   c) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ e $x_0 = 1$;

   d) $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ e $x_0 = 0$;

   e) $f(x) = \sqrt{x}$ e $x_0 = 4$.

2. Determine os polinômios de Taylor de ordem 3 para $f(x) = e^{\operatorname{sen}(x)}$, $f(x) = e^{x^3 - x}$ e também $f(x) = \tan x$ em torno de $x_0 = 0$.

3. Determine o polinômio de Taylor de ordem n para $f(x) = x^3 \ln(x)$ em torno de $x_0 = 1$.

4. Determine o polinômio de Taylor de ordem $2n$ para $f(x) = \operatorname{sen}^2 x$ em torno de $x_0 = 0$.

5. Determine o polinômio de Taylor de $f(x) = x^5 + x^3 + x$ em torno de $x_0 = 1$.

6. Calcule, com erro inferior a 10^{-5}, os seguintes valores:

   $a)\ \ln(1,3)$; $b)\ e^{0,03}$; $c)\ \sqrt{3,9}$; $d)\ \cos(0,2)$.