

MAT1351 — Lista 5
Prof. Kostiantyn Iusenko

1. Encontre $f'(1)$ (usando os limites):

a) $f(x) = 3x^2 + 5$;

b) $f(x) = x^3 + x^2 + 1$;

c) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4$;

d) $f(x) = 3x + \sqrt{x}$;

e) $f(x) = 5 + 3x^{-2}$;

f) $f(x) = 2\sqrt{x}$;

g) $f(x) = 3x + \frac{1}{x}$;

h) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2$;

i) $f(x) = 2x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$;

j) $f(x) = 6x^3 + \sqrt[2]{x}$.

2. Encontre o valor do limite (igual a derivada da função trigonométrica em $x = a$)

a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\text{sen}(x) - \text{sen}(a)}{x - a}$;

b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\text{cos}(x) - \text{cos}(a)}{x - a}$;

c) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\text{tan}(x) - \text{tan}(a)}{x - a}$;

d) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\text{cotg}(x) - \text{cotg}(a)}{x - a}$.

3. Encontre $f'(x)$ (usando as regras da derivação):

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$;

b) $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2.5x^2 - 0.3x + 0.1$;

c) $f(x) = ax^2 + bx + c$;

d) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2}$;

e) $f(x) = \sqrt{x}(x^3 - \sqrt{x} + 1)$;

f) $f(x) = (x + 1)^2(x - 1)$;

g) $f(x) = 0.5 - 3(a - x)^2$;

h) $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{(a + b)x}$;

i) $f(x) = (x^2 - 3x + 3)(x^2 + 2x - 1)$;

j) $f(x) = (x^2 - 3x + 2)(x^4 + x^2 - 1)$;

k) $f(x) = (\sqrt{x} + 1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1\right)$;

l) $f(x) = (\sqrt[3]{x} + 2x)(1 + \sqrt[3]{x^2} + 3x)$;

m) $f(x) = (\sqrt[3]{x} + 2x)(1 + \sqrt[3]{x^2} + 3x)$;

n) $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9)$;

o) $f(x) = (1 + \sqrt{x})(1 + \sqrt{2x})(1 + \sqrt{3x})$.

4. Seja $f(x) = 3x - 2\sqrt{x}$. Busca $f(1)$, $f'(1)$, $f(4)$, $f'(4)$, $f(a)$, $f'(a)$.

5. Seja $f(x) = 4 - 5x + 2x^3 - x^5$. Mostre que

$$f'(x) = f'(-x).$$

6. Busca f' em seguintes casos:

a) $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$;

b) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$;

c) $f(t) = \frac{3t^2 + 1}{t - 1}$;

d) $f(v) = \frac{v^3 - 2v}{v^2 + v + 1}$;

e) $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$;

f) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{3(x^2 - 1)} + (x^2 - 1)(1 - x)$;

$$g) f(x) = \frac{1 - x^3}{1 + x^3};$$

$$h) f(x) = \frac{2}{x^3 - 1};$$

$$i) f(x) = \frac{1 - x^3}{\sqrt{\pi}};$$

$$j) f(t) = \frac{1}{t^2 + t + 1};$$

$$k) f(t) = \frac{1}{t^2 - 3t + 6};$$

$$l) f(x) = \frac{2x^4}{b^2 - x^2};$$

$$m) f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^3 + 1};$$

$$n) f(x) = \frac{3}{(1 - x^2)(1 - 2x^3)}.$$

7. Busca f' em seguintes casos:

$$a) f(x) = \text{sen}(x) + \text{cos}(x);$$

$$b) f(x) = \frac{x}{1 - \text{cos}(x)};$$

$$c) f(x) = \frac{\tan x}{x};$$

$$d) f(x) = x \text{sen}(x) + \text{cos}(x);$$

$$e) f(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x} + \frac{x}{\text{sen}(x)};$$

$$f) f(t) = \frac{\text{sen}(t)}{t + \text{cos}(t)};$$

$$g) f(x) = \frac{x}{\text{sen}(x) + \text{cos}(x)};$$

$$h) f(x) = \frac{x \text{sen}(x)}{1 + \tan(x)};$$

$$i) f(x) = \text{cos}^2(x);$$

$$j) f(x) = \frac{\text{sen}(x) - \text{cos}(x)}{\text{sen}(x) + \text{cos}(x)};$$

8. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

$$a) 3(x^2 + x)^4 + 5 \text{cos}(x^3);$$

$$b) \frac{e^{x^4}}{x^2 + 1};$$

$$c) (x^5 + 1)^4 \ln(x^2 + 1);$$

$$d) \frac{(5x^2 + 6x^6)^2}{x^2 + 1};$$

$$e) \frac{(x + 1)^4}{e^{x^2}};$$

$$f) \frac{3}{\text{sen } x^4 + \text{cos } x^5};$$

$$g) \frac{\ln(x^7 + 4x^2)}{(3x^3 + 2x^4)^5};$$

$$h) e^{4x^3 + 3x^2} + (x^2 + 1)^4 \ln(x^5 + 4x^4);$$

$$i) \sqrt{x^3} \sec x^4;$$

$$j) 3e^{x^5} + 5 \ln(x^6);$$

$$k) e^{(x^2 + x + 1)^3};$$

$$l) 4 \sec x^3 + \text{cotg } x^5;$$

$$m) (x^2 + 2x^3)^4 + 3x^5 e^{x^6} + 2x^7;$$

$$n) \frac{(x^2 + 1)^4}{\ln(x^5)};$$

$$o) \sqrt[3]{(x^2 + 4)^2};$$

$$p) \frac{x}{\text{cos } \text{sen } x};$$

$$q) [(x^4 + 1)\sqrt[3]{x + 1}] \text{sen}(x);$$

$$r) \frac{(3x^2 + 2x + 7)^4 + x^5 + 1}{x^2 + 1}.$$

9. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

$$a) x^3 e^{x^2};$$

$$b) (3x + 5)^4 \ln x;$$

$$c) x^2 e^{x^3} \text{cos } x^4;$$

$$d) \frac{1 + e^x}{1 - e^x};$$

$$e) 2e^x (x + 1)^2 \ln x;$$

$$f) \frac{(x + 1)^2}{x^3 \ln x};$$

$$g) 4 + 5x^2 \ln x;$$

$$h) \frac{e^x}{x^2 + 1};$$

$$i) \frac{\ln x}{x};$$

- j) $\frac{(3x^2 + 2x + 4)^3}{(x^4 + 1)^2}$.
- k) x^{x^2} ;
- l) x^{x^x} ;
- m) $x^{\sin x}$;
- n) $2x^{\sqrt{x}}$.
- o) $x^{\ln x}$;
- p) $x^{1/x}$;
- q) $(x + 1)^{2/x}$;
- r) $(\sin x)^{\cos x}$;
- s) $(\ln x)^x$;
- t) $\left(\frac{x}{x+1}\right)^x$;
- u) $(x^2 + 1)^{\sin x}$;

10. Determine a equação das retas abaixo:

- a) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3 + 3x$ e paralela a reta $y = 6x - 1$;
- b) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 - 3x$ e perpendicular a reta $2y + x = 3$;
- c) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$ e passando por $(0, 2)$
- d) Tangente aos gráficos de $f(x) = -x^2$ e de $g(x) = \frac{1}{2} + x^2$;
- e) Tangentes ao gráfico de $y = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 8x + 12$ e paralela a $8x - y = 0$.