MAT1351 — Lista 6

1. a) $12\left(x^2+x\right)^3(2x+1)-15x^2\sin\left(x^3\right)$;

   b) $\frac{e^{x^4}4x^3\left(x^2+1\right)-2xe^{x^4}}{\left(x^2+1\right)^2}$;

   c) $20x^4\ln\left(x^2+1\right)\left(x^5+1\right)^3+\frac{2x\left(x^5+1\right)^4}{x^2+1}$;

   d) $\frac{2\left(5x^2+6x^6\right)\left(10x+36x^5\right)\left(x^2+1\right)-2x\left(5x^2+6x^6\right)^2}{\left(x^2+1\right)^2}$;

   e) $\frac{2(x+1)^3(-x(x+1)+2)}{e^{x^2}}$;

   f) $-\frac{3\left(4x^3\cos\left(x^4\right)-5x^4\sin\left(x^5\right)\right)}{\left(\sin\left(x^4\right)+\cos\left(x^5\right)\right)^2}$;

   g)

   h) $e^{4x^3+3x^2}\left(12x^2+6x\right)+8x\ln\left(x^5+4x^4\right)\left(x^2+1\right)^3+\frac{(5x+16)\left(x^2+1\right)^4}{x(x+4)}$;

   i) $\frac{3x^2\sec\left(x^4\right)}{2\sqrt{x^3}}+\frac{4x^3\tan\left(x^4\right)\sqrt{x^3}}{\cos\left(x^4\right)}$;

   j) $15e^{x^5}x^4+\frac{30}{x}$;

   k) $e^{\left(x^2+x+1\right)^3}3\left(x^2+x+1\right)^2(2x+1)$;

   l) $12x^2\cos\left(x^3\right)-\frac{5x^4}{\sin^2\left(x^5\right)}$;

   m) $4\left(2x+6x^2\right)+3\left(6e^{x^6}x^{10}+5e^{x^6}x^4\right)+14x^6$

   n) $\frac{8x^2\ln\left(x^5\right)\left(x^2+1\right)^3-5\left(x^2+1\right)^4}{x\ln^2\left(x^5\right)}$

   o) $\frac{4x\left(x^2+4\right)}{3\left(\left(x^2+4\right)^2\right)^{\frac{2}{3}}}$

   p) $\frac{\cos(\sin(x))+x\sin(\sin(x))\cos(x)}{\cos^2(\sin(x))}$

   q) $\frac{3x^5\cos(x)+13x^4\sin(x)+3x^4\cos(x)+12x^3\sin(x)+3x\cos(x)+3\cos(x)+\sin(x)}{3(x+1)^{\frac{2}{3}}}$

   r)

2. a) $3e^{x^2}x^2+2e^{x^2}x^4$;

   b) $12\ln(x)(3x+5)^3+\frac{(3x+5)^4}{x}$;

   c) $2xe^{x^3}\cos\left(x^4\right)+\left(3e^{x^3}x^2\cos\left(x^4\right)-4e^{x^3}x^3\sin\left(x^4\right)\right)x^2$;

   d) $\frac{2e^x}{(1-e^x)^2}$;

   e) $2\left(e^xx^2\ln(x)+4e^xx\ln(x)+\frac{e^x(x+1)^2}{x}+3e^x\ln(x)\right)$;

   f) $\frac{(x+1)(-x\ln(x)-x-3\ln(x)-1)}{x^4\ln^2(x)}$;

   g) $5(x+2x\ln(x))$;

   h) $\frac{e^x\left(x^2+1\right)-2xe^x}{\left(x^2+1\right)^2}$;

i) $\frac{1-\ln(x)}{x^2}$;

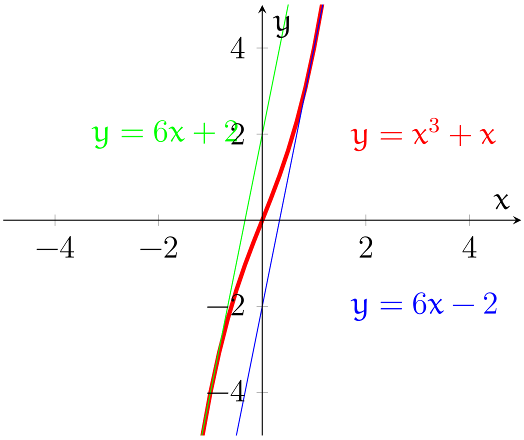
j) $\frac{2(3x^2+2x+4)^2(9x-3x^5-5x^4-16x^3+3)}{(x^4+1)^3}$;

3. a) Temos $f'(x) = 3x^2 + 3$ assim reta tangente é paralela ao reta $y = 6x - 1$ em ponto x_0 se $3x_0^2 + 3 = 6$ ou seja $x_0 = -1$ ou $x_0 = 1$. Assim temos duas soluções: $y - f(-1) = 6(x - (-1))$ ou $y - f(1) = 6(x - 1)$. No primeiro caso a reta é

$$y = 6x + 2.$$

No segundo caso a reta é

$$y = 6x - 2.$$

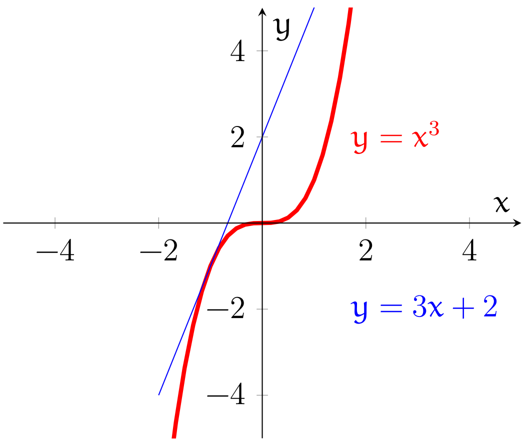


b)

c) Temos $f'(x) = 3x^2$. Como reta passa pelo $(0, 2)$ assim procuramos x_0 tal que

$$f(x_0) - 2 = 3x_0^2(x_0 - 0).$$

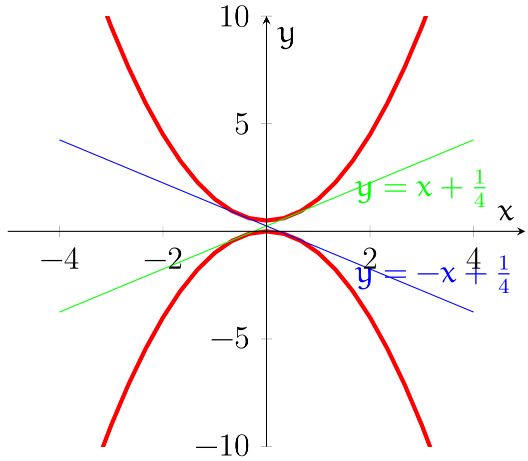
Assim $x_0 = -1$ e a reta tem forma $y = 3x + 2$.



d) Encontramos x_1 e x_2 tais que

$$f'(x_1) = g'(x_2).$$

Que implica que $x_1 = -x_2$. Outra condição é $\frac{f(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2} = f'(x_1)$. Assim $x_1 = 1/2$ ou $x_1 = -1/2$. No primeiro caso reta é $y = -x + \frac{1}{4}$. No segundo é $y = x + \frac{1}{4}$

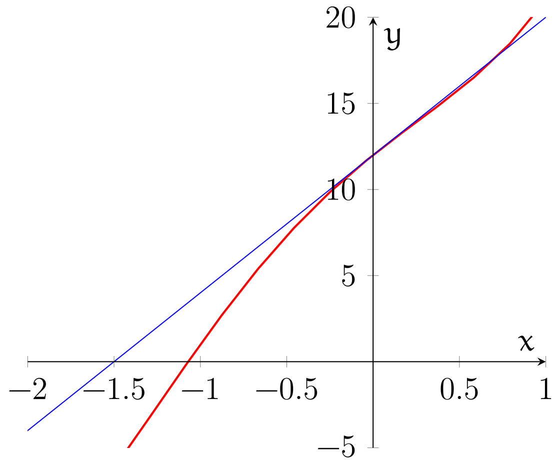


e) Encontramos x tais que

$$f'(x_1) = 4x^3 + 6x^2 - 4x + 8 = 8.$$

Assim $x = 0$, $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$. Por exemplo no primeiro caso a reta tem forma

$$y = 8x + 12.$$



4. a) A função $f = |x-2|$ não têm os pontos críticos no $[1, 4]$. Mínimo da função é 0 em $x = 2$, máximo é 2 em $x = 4$.

   b) A função f não têm os pontos críticos no $[2, 3]$. Assim mínimo da função é $-\frac{1}{2}$ em $x = 2$, máximo é $-\frac{1}{6}$ em $x = 3$.

   c) A função f têm ponto crítico em $x = 2$ este ponte é minimo local (pelo teste da segunda derivada). Tesmos $f(1) = 17$, $f(2) = 9$, $f(3) = 9 + 16/3$. Assim mínimo global é $(2, 9)$, maximo global é $(3, 43/3)$.

   d) A função f têm ponto crítico em $x = \frac{1}{3}$ este ponte é maximo local (pelo teste da segunda derivada). Tesmos $f(0) = 0$, $f(\frac{1}{3}) = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, $f(4) = -6$. Assim mínimo global é $(4, -6)$, maximo global é $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3\sqrt{3}})$.

5. a) A funcão cresce am $(-\infty, 0)$ e $(2, \infty)$, decresce em $(0, 2)$.

   b) A funcão cresce am $(-\infty, -1)$ e $(-1/3, \infty)$, decresce em $(-1, -1/3)$.

   c) A funcão cresce am $(-\infty, -1)$ e $(1, \infty)$, decresce em $(-1, 0)$ e $(0, 1)$.

   d) A funcão cresce am $(\sqrt[3]{1/2}, \infty)$, decresce em $(-\infty, 0)$ e $(0, \sqrt[3]{1/2})$.

e) A funcão cresce am $(-\infty, 0)$ e $(\sqrt[3]{2}, \infty)$, decresce em $(0, \sqrt[3]{2})$.

f) A funcão cresce am $(-\infty, -1)$ e $(1, \infty)$, decresce em $(-1, 1)$.

g) A funcão decresce am $(-\infty, -1)$ e $(1, \infty)$, cresce em $(-1, 1)$.

h) A funcão cresce am $(-\infty, \infty)$.

i) A funcão cresce am $(-\infty, 0)$, decresce $(0, \infty)$.

j) A funcão decresce am $(-\infty, \infty)$.

k) A funcão decresce am $(-\infty, 0)$ e $(0, 1)$, cresce em $(1, \infty)$.

l) A funcão decresce am $(-\infty, 0)$ e $(0, 1)$, cresce em $(1, \infty)$.

m) A funcão decresce am $(-\infty, -1/2)$ e $(2, \infty)$, cresce em $(-1/2, 2)$.

n) A funcão decresce am $(-\infty, -1)$, cresce em $(-1, \infty)$.

o) A funcão decresce am $(-\infty, -1)$, cresce em $(-1, \infty)$.

p) A funcão decresce am $(-\infty, 0)$ e $(0, 1)$, cresce em $(1, \infty)$.

q) A funcão cresce am $(-\infty, 0)$ e $(2, \infty)$, decresce $(0, 1)$ e $(1, 2)$.

r) A funcão cresce am $(-\infty, 0)$, decresce $(0, \infty)$.

6. a) inflexão $x = 1$, no $(-\infty, 1)$ concavidade para baixo, no $(1, \infty$ concavidade para cima.

   b) inflexão $x = \frac{1}{6}$, no $(-\infty, \frac{1}{6})$ concavidade para baixo, no $(\frac{1}{6}, \infty)$ concavidade para cima.

   c) inflexão $x = 1$, no $(-\infty, 1)$ concavidade para baixo, no $(1, \infty)$ concavidade para cima.

   d) inflexão $x = -1$. no $(-\infty, -1)$ concavidade para cima, no $(1, 0)$ concavidade para baixo, no $(1, \infty)$ concavidade para cima.

   e) inflexão $x = 2\ln(2)$, no $(-\infty, 2\ln(2))$ concavidade para baixo, no $(2\ln(2), \infty)$ concavidade para cima.

   f) sem inflexões.

   g) inflexões: $x = -\sqrt{3}$, $x = 0$, $x = \sqrt{3}$. no $(-\infty, -\sqrt{3})$ concavidade para baixo, no $(-\sqrt{3}, 0)$ concavidade para cima, no $(0, \sqrt{3})$ concavidade para baixo, no $(\sqrt{3}, \infty)$ concavidade para cima.

   h) inflexões: $x = -\sqrt{3}$, $x = 0$, $x = \sqrt{3}$. no $(-\infty, -\sqrt{3})$ concavidade para cima, no $(-\sqrt{3}, 0)$ concavidade para baixo, no $(0, \sqrt{3})$ concavidade para cima, no $(\sqrt{3}, \infty)$ concavidade para baixo.

   i) sem inflexões.

   j) sem inflexões.

7. a) Local Minimum $\left(-1,\ -\frac{1}{2}\right)$, Local Maximum $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$.

   b) Global Maximum $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2e}\right)$.

   c) Não possui os pontos criticos.

   d) Local Maximum $(1,\ 8)$, Local Minimum $(2,\ 7)$.

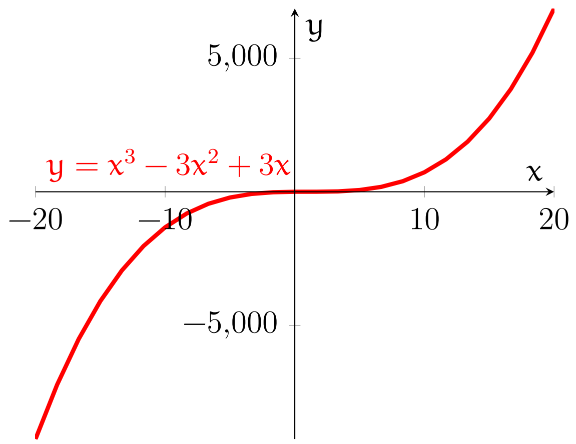
   e) Global Minimum $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{4}\right)$.

   f) Global Maximum $\left(1,\ \frac{1}{e}\right)$.

   g) Local Minimum $(0,\ 2)$, Local Maximum $(1,\ 3)$, Local Minimum $(2,\ 2)$.

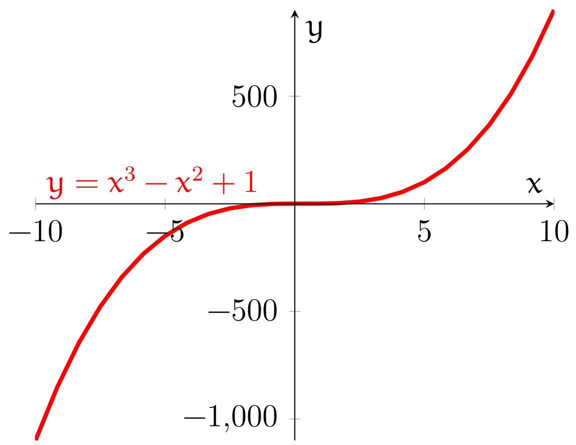
   h) Saddle $(-1,\ 0)$, Local Maximum $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}}\right)$, Local Minimum $(0,\ 0)$, Local Minimum $(1,\ 0)$

8. a)



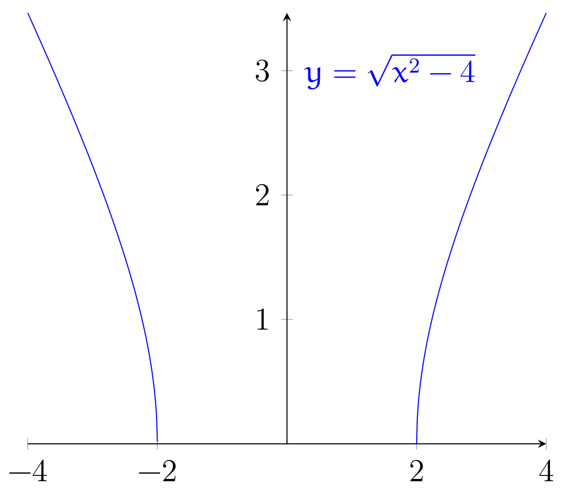
y
5,000
$y = x^3 - 3x^2 + 3x$
x
−20
−10
10
20
−5,000

b)



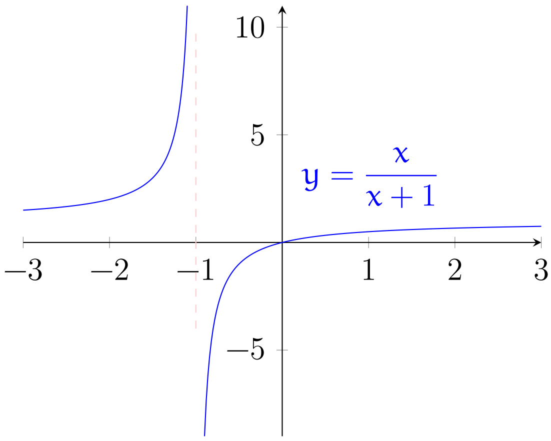
y
500
$y = x^3 - x^2 + 1$
x
−10
−5
5
10
−500
−1,000

c)

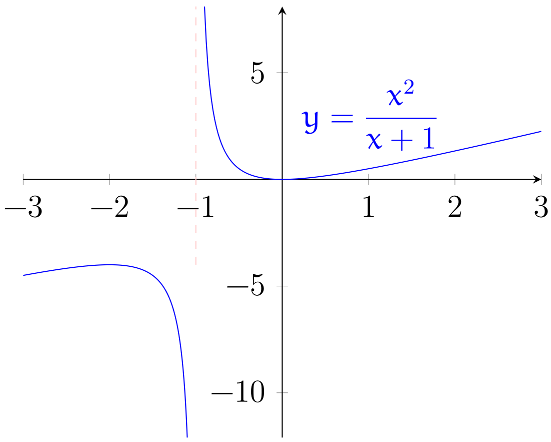


3
$y = \sqrt{x^2 - 4}$
2
1
−4
−2
2
4

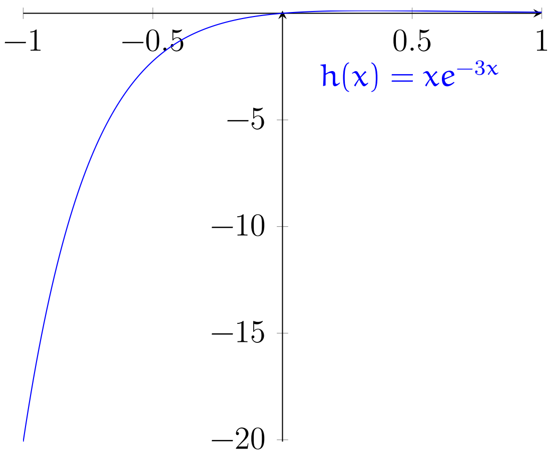
d)


10
5
$y = \frac{x}{x+1}$
−3
−2
−1
1
2
3
−5

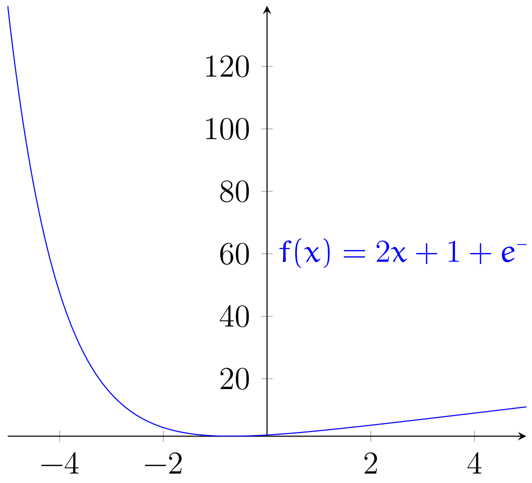
e)


5
$y = \frac{x^2}{x+1}$
−3
−2
−1
1
2
3
−5
−10

f)

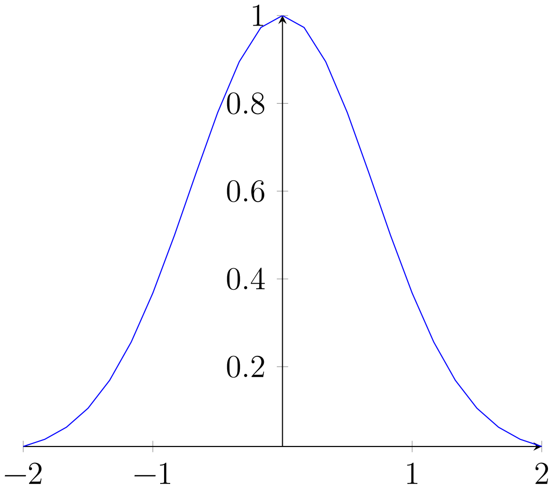

−1
−0.5
0.5
1
$h(x) = xe^{-3x}$
−5
−10
−15
−20

g)



120
100
80
60
40
20
−4
−2
2
4
$f(x) = 2x + 1 + e^{-}$

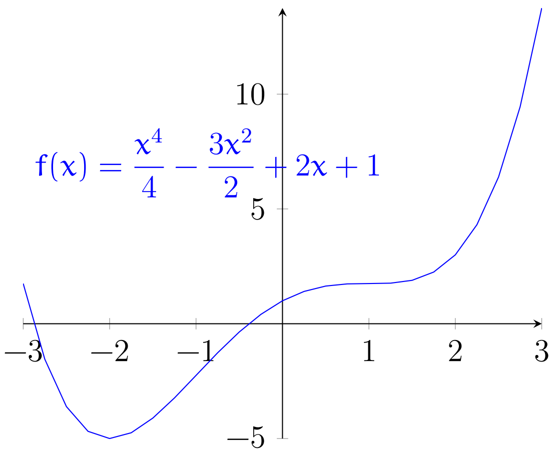
h)



1
0.8
0.6
0.4
0.2
−2
−1
1
2

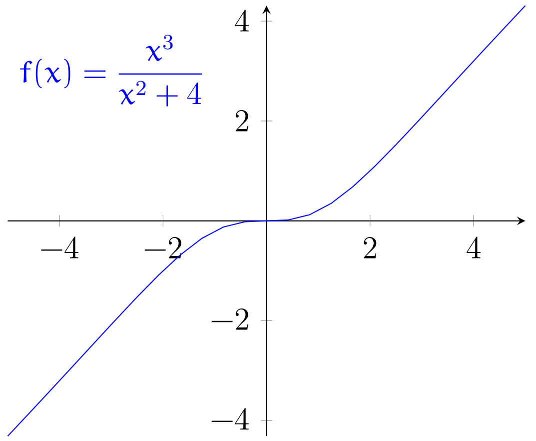
i)

j)



10
5
−5
−3
−2
−1
1
2
3
$f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 1$

k)

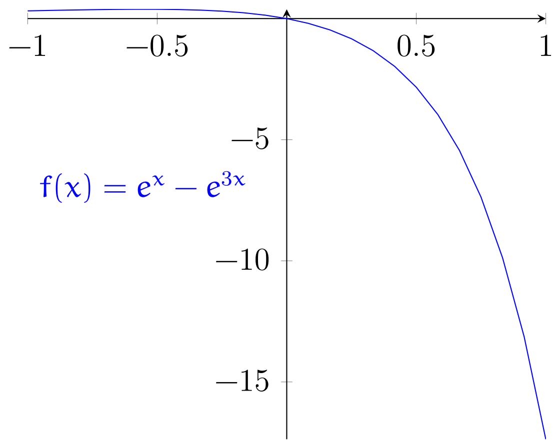


$f(x) = \frac{x^3}{x^2+4}$
4
2
−4
−2
2
4
−2
−4

l)

m)

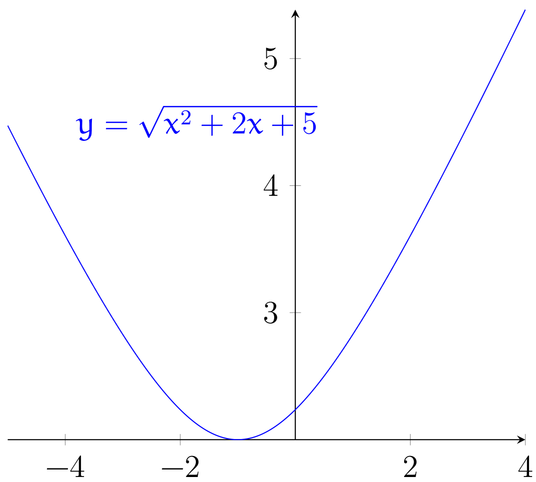
n)



−1
−0.5
0.5
1
−5
$f(x) = e^x - e^{3x}$
−10
−15

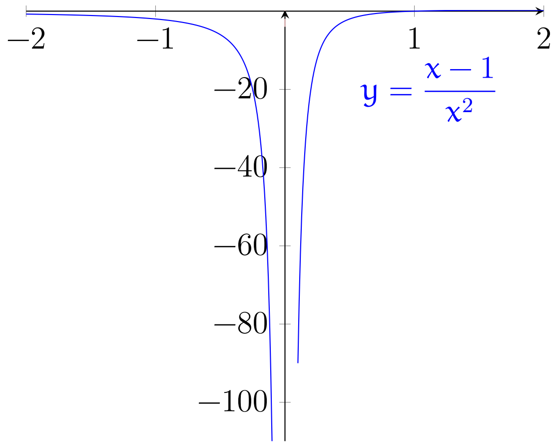
o)

p)



5
$y = \sqrt{x^2+2x+5}$
4
3
−4
−2
2
4

q)



−2
−1
1
2
−20
−40
−60
−80
−100
$y = \frac{x-1}{x^2}$