MAT1351 — Lista 6

Prof. Kostiantyn Iusenko

1. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

   a) $3(x^2+x)^4 + 5\cos(x^3)$;

   b) $\dfrac{e^{x^4}}{x^2+1}$;

   c) $(x^5+1)^4\ln(x^2+1)$;

   d) $\dfrac{(5x^2+6x^6)^2}{x^2+1}$;

   e) $\dfrac{(x+1)^4}{e^{x^2}}$;

   f) $\dfrac{3}{\operatorname{sen} x^4 + \cos x^5}$;

   g) $\dfrac{\ln(x^7+4x^2)}{(3x^3+2x^4)^5}$;

   h) $e^{4x^3+3x^2} + (x^2+1)^4\ln(x^5+4x^4)$;

   i) $\sqrt{x^3}\sec x^4$;

   j) $3e^{x^5} + 5\ln(x^6)$;

   k) $e^{(x^2+x+1)^3}$;

   l) $4\sec x^3 + \operatorname{cotg} x^5$;

   m) $(x^2+2x^3)4 + 3x^5e^{x^6} + 2x^7$;

   n) $\dfrac{(x^2+1)^4}{\ln(x^5)}$;

   o) $\sqrt[3]{(x^2+4)^2}$;

   p) $\dfrac{x}{\cos\operatorname{sen} x}$;

   q) $[(x^4+1)\sqrt[3]{x+1}]\operatorname{sen}(x)$;

   r) $\dfrac{(3x^2+2x+7)^4+x^5+1}{x^2+1}$.

2. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

   a) $x^3e^{x^2}$;

   b) $(3x+5)^4\ln x$;

   c) $x^2e^{x^3}\cos x^4$;

   d) $\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$;

   e) $2e^x(x+1)^2\ln x$;

   f) $\dfrac{(x+1)^2}{x^3\ln x}$;

   g) $4+5x^2\ln x$;

   h) $\dfrac{e^x}{x^2+1}$;

   i) $\dfrac{\ln x}{x}$;

   j) $\dfrac{(3x^2+2x+4)^3}{(x^4+1)^2}$.

3. Determine a equação das retas abaixo:

   a) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3+3x$ e paralela a reta $y = 6x-1$;

   b) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2-3x$ e perpendicular a reta $2y+x=3$;

   c) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$ e passando por $(0,2)$

   d) Tangente aos gráficos de $f(x) = -x^2$ e de $g(x) = \dfrac{1}{2}+x^2$;

   e) Tangentes ao gráfico de $y = x^4+2x^3-2x^2+8x+12$ e paralela a $8x-y=0$.

4. Estude a função dada com relação a máximos e mínimos num intervalo:

   a) $f(x) = |x-2|$ em $[1,4]$;

   b) $f(x) = \dfrac{1}{x(1-x)}$ em $[2,3]$;

c) $f(x) = x^2 + \dfrac{16}{x}$ em $[1, 3]$;

d) $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}}$ em $[0, 4]$.

5. Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento e esboce o gráfico. Calcule os limites necessários.:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$;

b) $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$;

c) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$;

d) $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x}$;

e) $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2}$;

f) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$;

g) $f(x) = \dfrac{t}{1+t^2}$;

h) $f(x) = 2 - e^{-t}$;

i) $f(x) = e^{-x^2}$;

j) $f(x) = e^{2x} - e^{x}$;

k) $f(x) = e^{\frac{1}{t}}$;

l) $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x}$;

m) $f(x) = \dfrac{3x^2 + 4x}{1 + x^2}$;

n) $f(x) = xe^{x}$;

o) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$;

p) $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{2(x-1)}$;

q) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$;

r) $f(x) = x - e^{x}$.

6. Estude a função dada com relação à concavidade e pontos de inflexão:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$;

b) $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 1$;

c) $f(t) = xe^{-2x}$;

d) $f(t) = t^2 + \dfrac{1}{t}$;

e) $g(x) = e^{-x} - e^{-2x}$;

f) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 2}$;

g) $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$;

h) $g(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$;

i) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$;

j) $f(x) = x \ln x$.

7. Estude a função dada com relação a máximos e mínimos locais e globais:

a) $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$;

b) $f(x) = xe^{-2x}$;

c) $f(x) = e^{x} - e^{-3x}$;

d) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$;

e) $f(x) = x^2 + 3x + 2$;

f) $g(t) = te^{-t}$;

g) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2$;

h) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$;

8. Esboce o gráfico:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$;

b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$;

c) $f(t) = \sqrt{t^2 - 4}$;

d) $g(x) = \dfrac{x}{x+1}$;

e) $g(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$;

f) $h(x) = xe^{-3x}$;

g) $f(x) = 2x + 1 + e^{-x}$;

h) $g(x) = e^{-x2}$;

i) $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 1$;

j) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$.

k) $g(x) = \frac{x^3}{x^2 + 4}$;

l) $g(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$;

m) $h(x) = \frac{x^3 - x + 1}{x^2}$;

n) $f(x) = e^x - e^{3x}$;

o) $g(x) = x^4 - 2x^2$;

p) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$;

q) $f(x) = \frac{x - 1}{x^2}$.

9. Determine a equação da reta tangente à elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

no ponto $(x_0, y_0), y_0 \neq 0$.