

MAT1351 — Lista 4

Prof. Kostiantyn Iusenko

1. Encontre o valor do limite e justifique:

- | | |
|---|---|
| <p>a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(3x)}{x}$;</p> <p>b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(kx)}{x}$;</p> <p>c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(nx)}{\text{sen}(mx)}$;</p> <p>d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x)}{\text{sen}(5x)}$;</p> <p>e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x^n)}{\text{sen}(x)^n}$;</p> <p>f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3(x)}{x \text{sen}(2x)}$;</p> <p>g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{\sqrt[3]{(1 - \cos x)^2}}$;</p> <p>h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \text{sen}(x) - \cos(x)}{1 - \text{sen}(x) - \cos(x)}$;</p> | <p>i) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \text{sen}(x)}{x^3}$;</p> <p>j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(x))^2}{\tan^3(x) - \text{sen}^3(x)}$;</p> <p>k) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\text{sen}(x)}{1 - \frac{x^2}{\pi^2}}$;</p> <p>l) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\frac{\pi}{2} - x) \tan x$;</p> <p>m) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \text{sen } x}{\cos 2x}$;</p> <p>n) $\lim_{y \rightarrow a} \text{sen } \frac{y-a}{2} \tan \frac{\pi y}{2a}$;</p> <p>o) $\lim_{\alpha \rightarrow \beta} \frac{\text{sen}^2(\alpha) - \text{sen}^2(\beta)}{\alpha^2 - \beta^2}$;</p> |
|---|---|

2. Encontre o valor do limite e justifique:

- | | |
|--|--|
| <p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$;</p> <p>b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$;</p> <p>c) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$;</p> <p>d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+a)(x+b)} - x)$;</p> <p>e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{2}{3}}(\sqrt{x^3+1} - \sqrt{x^3-1})$;</p> <p>f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+3}$;</p> <p>g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{3x^2 + x + 1}$;</p> <p>h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x + 1}{4x^4 + 3x + 2}$;</p> <p>i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 + 3x + 1}$;</p> <p>j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 1}{x^4 + 2x + 3}$;</p> <p>k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{5 + \frac{2}{x}}$;</p> | <p>l) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4 - 3x + 2)$;</p> <p>m) $\lim_{x \rightarrow \infty} (5 - 4x + x^2 - x^5)$;</p> <p>n) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^3 + 2}$;</p> <p>o) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^2 + x + 3}$;</p> <p>p) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 3}$;</p> <p>q) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x+3}}{2x - 1}$;</p> <p>r) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{x^2 + 3})$;</p> <p>s) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - 1}]$;</p> <p>t) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt[3]{2 + 3x})$;</p> <p>u) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$;</p> |
|--|--|

3. Dados

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & \text{se } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad \text{e } g(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 1 \\ 2, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

- a) Mostre que $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ e portanto, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ não existe.
 b) Mostre que $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ e portanto, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ não existe.
 c) Determine formulas para $f(x)g(x)$.
 d) Prove que $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x)g(x))$ existe, mostrando que $\lim_{x \rightarrow 1^-} (f(x)g(x)) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (f(x)g(x))$.

4. Dê o valor $f(p)$, se existir, para que $f = f(x)$ seja contínua em p . Justifique.

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, $p = 2$.

c) $f(x) = \frac{|x|}{x}$, $p = 0$.

b) $f(x) = \frac{x^2 - x}{x}$, $p = 0$.

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & \text{se } x \neq 3, \\ 4, & \text{se } x = 3; \end{cases}$, $p = 3$.

5. Calcule e justifique.

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{2x - 1}$;

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$;

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{5}}$.

6. Determine L para que a função dada seja contínua no ponto dado. Justifique.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 27}{x - 3}, & \text{se } x \neq 3 \\ L, & \text{se } x = 3. \end{cases}$

b) $f(x) = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}, & \text{se } x \neq 2 \\ L, & \text{se } x = 2. \end{cases}$

7. Demonstre que a função $f(x) = \begin{cases} x^4 \operatorname{sen}(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ é contínua em \mathbb{R} .

8. Se a e b são números positivos, prove que a equação

$$\frac{a}{x^3 + 2x^2 - 1} + \frac{b}{x^3 + x - 2} = 0$$

possui no mínimo uma solução no intervalo $(-1, 1)$.

Dica: use o Teorema do Valor Intermediário.

9. Encontre os valores de a , b , e $c > 0$ que tornam f contínua em \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x < 2, \\ ax^2 - bx + 3, & 2 \leq x < 3, \\ 2x - a + b, & x \geq 3; \end{cases}$$