

Álgebra I: Prova Sub

(Modelo A)

1. (2.0 pontos) Resolva

$$\begin{cases} 3x \equiv 5 \pmod{2} \\ 2x \equiv 1 \pmod{3} \\ 3x \equiv 2 \pmod{5} \end{cases}.$$

2. (3.0 pontos)

a) (1,0 ponto) Calcule o inverso multiplicativo de 19 em $\mathbb{Z}_{71}$;

b) (1,0 ponto) Mostre que $51 \mid n^{35} - n$ para todo inteiro n ;

c) (1,0 ponto) Encontre o resto da divisão de $2001^{2017} - 2000^{2017} + 2016!$ por 2017. (*Dica:* 2017 é primo!)

3. (2.0 pontos)

(a) Seja $n = p^2q$, com p e q primos distintos. Determine n , sabendo que $\varphi(n) = 8$;

(b) Mostre que

$$\varphi(a)\varphi(b) = \varphi(\text{mdc}(a, b))\varphi(\text{mmc}(a, b)).$$

4. (2.0 pontos) Resolva em $\mathbb{Z}_{10}$

$$\begin{cases} \bar{4}x - y + z = \bar{3} \\ \bar{2}x + \bar{4}y - \bar{2}z = \bar{4} \\ x + y + z = \bar{6}. \end{cases}$$

5. (2.0 pontos) Usando indução finito mostre que

$$1^3 - 2^3 + 3^4 - 4^3 + \cdots + (2n-1)^3 - (2n)^3 = -n^2(4n+3),$$

para todo inteiro $n \geq 0$.