

Álgebra I: Prova I

(Modelo B)

1. (2.0 pontos) Mostre por indução

a) $9 \mid 4^{3n} - 1$, para todos inteiros $n \geq 0$.

b) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n}{2n+1}, \quad \forall n \geq 0.$

2. (2.0 pontos) Sejam p, q primos tais que $p \geq q \geq 5$. Provar que $24 \mid p^2 - q^2$.

3. (2.0 pontos) Sejam m e n inteiros, mostre que

$$\text{mdc}(m, n) = \text{mdc}(m + 2n, n + m).$$

4. (2 pontos) Provar que é impossível fazer um pagamento de R\$ 302 utilizando apenas os cheques com valores 15 reais e 12 reais.

5. (2 pontos) Resolva uma congruência

$$12x \equiv 8 \pmod{20}.$$