# Álgebra I: Prova II

(Modelo B)

**1. (2.0 pontos)** Resolve

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod 3 \\ 3x \equiv 2 \pmod 4 \\ 4x \equiv 5 \pmod 7 \end{cases}.$$

**2. (2.0 pontos)**

a) (1,0 ponto) Observe que $2017$ é primo e mostre que $2017$ divide $2015^{2016} + (2016)!$.

b) (1,0 ponto) Mostre que $x^{33} - x$ é divisivel por $40$ para todo $x$ inteiro.

**3. (2.0 pontos)** Busca ultimos 3 digitos do numero $2017^{2001}$.

**4. (2.0 pontos)** Mostre que para todo inteiro $n$ e todo $k > 0$ temos:

$$\varphi(n^k) = n^{k-1}\varphi(n).$$

**5. (2.0 pontos)** Em $\mathbb{Z}_{20}$ determine

a) todos idempotentes (o elemento $\overline{a} \in \mathbb{Z}_m$ chama-se **idempotente** se $\overline{a} \cdot \overline{a} = \overline{a}$);

b) todos os elementos inversos com seus inversos;

c) todas as soluções da equação $\overline{4}x^2 + \overline{2}x = \overline{0}$.