

Álgebra I: Prova II

(Modelo A)

1. (2.0 pontos) Resolva

$$\begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 3 \pmod{6} \\ 3x \equiv 1 \pmod{7} \end{cases}.$$

2. (2.0 pontos)

a) (1,0 ponto) Busca ultimo digito do numero 7^{2017} .

b) (1,0 ponto) Mostre que $n^{25} - n$ é divisível por 26 para todo n inteiro.

3. (2.0 pontos) Obter o resto da divisão de $(1^{17} + 2^{17} + 3^{17} + \dots + 102^{17})$ por 17.

4. (2.0 pontos) Se $a \mid b$ mostre que $\varphi(a) \mid \varphi(b)$.

5. (2.0 pontos) Em $\mathbb{Z}_{30}$ determine

a) todos nilpotentes (o elemento $\bar{a} \in \mathbb{Z}_m$ chama-se **nilpotente** se $\bar{a}^k = 0$ para algum $k > 0$);

b) todos os elementos inversos com seus inversos;

c) todas as soluções da equação $\overline{16}x^2 + \overline{8}x + \overline{1} = \overline{0}$.