Introdução a Álgebra Linear: Prova Sub.

Modelo B.

1. (2.5 pontos) Seja $V = P_3(\mathbb{R})$ o espaço vetorial real dos polinómios de grau menor ou igual a 3.

a) **(1.5 pontos)** Verefique que $B = \{1, 1-t, 1+t^2, 1-t^3\}$ é uma base em $P_3(\mathbb{R})$.

b) **(1 ponto)** Encontre as coordenadas de $p(t) = -4t^3 + 3t^2 - 2t + 10$ em base B.

2. (2.5 pontos) Sendo $V = \mathbb{R}^3$ com produto interno usual e

$$U = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y - 3z = 0\right\},$$

$$W = [(1, 1, 0), (0, -1, 1)],$$

dois subespaços em V.

a) **(1 ponto)** Encontre uma base (e dimensão) para U, W, $U \cap W$ e $U + W$.

b) **(1.5 ponto)** Encontre uma base ortonormal para U.

3. (2.0 pontos)

Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ uma transformação linear tal que

$$T(3, 6) = (6, 3), \quad T(0, 1) = (0, 1).$$

Busca os autovalores e autovetores da T.

4. (3.0 pontos)

Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Mostre que A é diagonalizavel. Encontre matrizes D e S tais que D é diagonal e $SDS^{-1} = A$. Calcule A^{20} usando diagonalização.

5. (extra 1.0 ponto!)

Seja $U = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid \text{traço}(A) = 0\}$. Busca base e dimenção da U.