Introdução a Álgebra Linear: Prova II.

Modelo B.

1. Seja $V = P_3(\mathbb{R})$ o espaço vetorial real dos polinómios de grau menor ou igual a 3.

a) **(1.5 pontos)** Verefique que $B = \{1, 1+t, 1+t^2, 1+t^3\}$ é uma base em $P_3(\mathbb{R})$.

b) **(1 ponto)** Encontre as coordenadas de $p(t) = t^3 + 2t^2 + 3t + 6$ em base B.

2. **(2.5 pontos)** Encontre uma base (e dimensão) para U, W, $U \cap W$ e $U + W$, em caso

$$U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\},$$
$$W = [(1, 1, 0), (0, 1, 1)].$$

3. **(2.5 pontos)** Encontrar uma base (e dimensão) do Ker(T) e Im(T) em caso

$$T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R}),$$
$$T(X) = AX - XA,$$

onde $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

4. Sejam

$$U = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid \text{traço}(A) = 0\},$$
$$W = \{p(t) \in P_3(\mathbb{R}) \mid p(1) = 0\}.$$

a) **(1.5 pontos)** Mostre que U e W são isomorfos.

b) **(1 ponto)** Encontre um isomorfismo $T : U \to W$.