

Introdução a Álgebra Linear: Prova II.

Modelo A.

1. Seja $V = P_3(\mathbb{R})$ o espaço vetorial real dos polinómios de grau menor ou igual a 3.

a) (1.5 pontos) Verifique que $B = \{1, 1 - t, 1 + t^2, 1 - t^3\}$ é uma base em $P_3(\mathbb{R})$.

b) (1 ponto) Encontre as coordenadas de $p(t) = -4t^3 + 3t^2 - 2t + 10$ em base B .

2. (2.5 pontos) Encontre uma base (e dimensão) para U , W , $U \cap W$ e $U + W$, em caso

$$U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\},$$
$$W = [(1, 0, 1), (0, -1, 1)].$$

3. (2.5 pontos) Encontrar uma base (e dimensão) do $\text{Ker}(T)$ e $\text{Im}(T)$ em caso

$$T : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R}),$$
$$T(X) = AX + XA,$$

onde $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

4. Sejam

$$U = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid \text{traço}(A) = 0\},$$
$$W = \{p(t) \in P_3(\mathbb{R}) \mid p(1) = 0\}.$$

a) (1.5 pontos) Mostre que U e W são isomorfos.

b) (1 ponto) Encontre um isomorfismo $T : U \rightarrow W$.