

MAT0103 — Lista 7

1. Encontre o valor do limite (usando regra L'Hospital):

- | | |
|--|--|
| a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{3x} - e^3}{x - 3};$ | e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin(x))}{(\pi - 2x)^2};$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - x^2}{2x - \sin(x)};$ | f) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^x;$ |
| c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{3x^2};$ | g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x;$ |
| d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(\cos(1 - x))}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}};$ | h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \tan(x)}{\sin(x)}.$ |

2. Calcule:

- | | |
|---|--|
| a) $\int 4x \, dx$ | f) $\int \sqrt[10]{x^3} \, dx$ |
| b) $\int 5 \, dx$ | g) $\int (\sin(x) + \cos(x) - 2e^x - 4^x) \, dx$ |
| c) $\int (x^2 + 2x + 1) \, dx$ | h) $\int \frac{x^5 - 4x^4 + 3x^3 - x^2 + 5x - 2}{x} \, dx$ |
| d) $\int (5x^3 + 4x + 7) \, dx$ | i) $\int (2x^3 - \frac{1}{x^4}) \, dx$ |
| e) $\int (x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}) \, dx$ | |

3. Calcule as integrais definidas abaixo:

- | | |
|--|---|
| a) $\int_{-1}^1 (2x + 1) \, dx$ | i) $\int_0^1 (2x - 1)^2 \, dx$ |
| b) $\int_{-2}^1 (x^2 + 1) \, dx$ | j) $\int_1^2 \frac{1 - t^2}{t^4} \, dt$ |
| c) $\int_0^1 (4x^3 - \frac{1}{3}) \, dx$ | k) $\int_0^3 (u^2 - 2u + 3) \, du$ |
| d) $\int_1^0 (x + 2) \, dx$ | l) $\int_{-1}^1 \sqrt[3]{t} \, dt$ |
| e) $\int_0^1 \sqrt[6]{x} \, dx$ | m) $\int_1^2 \frac{1 + 3x^2}{x} \, dx$ |
| f) $\int_0^1 (x + \sqrt[4]{x}) \, dx$ | n) $\int_0^\pi \sin(3x) \, dx$ |
| g) $\int_1^0 (x^8 - 5x^3 + 3) \, dx$ | o) $\int_0^1 \frac{dx}{1 + x^2}$ |
| h) $\int_0^1 (x - 1)^2 \, dx$ | p) $\int_{-1}^0 e^{-2x} \, dx$ |

4. Calcule as integrais definidas:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin(x) + \sin(2x)) \, dx$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2(x)} \, dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2x) \right) \, dx$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2(x) \, dx$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x) \, dx$

5. Calcule a área do conjunto dado. Esboce a região.

a) A é limitado pelas retas $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$ e pelo gráfico de $y = x^3$.

b) A é limitado pelas retas $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ e pelo gráfico de $y = \sqrt{x}$.

c) $A = \{(x, y) \mid x^2 - 1 \leq y \leq 0\}$.

d) $A = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 4 - x^2\}$.

e) $A = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq |\sin(x)|, 0 \leq x \leq 2\}$.

f) A é limitado pelo eixo-x e pelo gráfico de $y = x^2 - x$, $0 \leq x \leq 2$.

g) A é limitado pela reta $y = 0$ e pelo gráfico de $y = 3 - 2x - x^2$, $-1 \leq x \leq 2$.

h) A é limitado pelas retas $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$ e pelo gráfico de $y = x^2 + 2x + 5$.

i) A é limitado pelo eixo 0x e pelo gráfico de $y = x^3 - x$, $-1 \leq x \leq 1$.

j) A é limitado pela reta $y = 0$ e pelo gráfico de $y = x^3 - x$, $0 \leq x \leq 2$.

k) A é limitado pelas retas $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ e pelo gráfico de $y = \cos(x)$.

l) $A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 3\}$.

m) A é limitado pelas retas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ pelos gráficos de $y = \sin(x)$ e $y = \cos(x)$.

n) $A = \{(x, y) \mid x^2 + 1 \leq y \leq x + 1\}$.

o) $A = \{(x, y) \mid x^2 - 1 \leq y \leq x + 1\}$.

p) A é limitado pelas retas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ pelos gráficos de $y = \cos(x)$ e $y = 1 - \cos(x)$.

q) $A = \{(x, y) \mid x \geq 0, x^3 - x \leq y \leq -x^2 + 5x\}$.

6. Encontre as primitivas:

a)

$$\int x e^x \, dx$$

d)

$$\int x \ln(x) \, dx$$

b)

$$\int x \sin(x) \, dx$$

e)

$$\int \ln(x) \, dx$$

c)

$$\int x^2 e^x \, dx$$

f)

$$\int x^2 \ln(x) \, dx$$

g)	$\int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$	k)	$\int x^3 \cos(x^2) dx$
h)	$\int (\ln(x))^2 dx$	l)	$\int e^{-x} \cos(2x) dx$
i)	$\int e^2 \cos(x) dx$	m)	$\int x^2 \operatorname{sen}(x) dx$
j)	$\int x^3 e^{x^2} dx$		

7. Sejam $\alpha \neq 0$, β , m e n constantes reais. Mostre as fórmulas:

a)	$\int \frac{1}{x^2 - \alpha^2} dx = \frac{1}{2\alpha} \ln \left \frac{x - \alpha}{x + \alpha} \right + k.$
b)	$\int \frac{1}{\alpha^2 + (x + \beta)^2} dx = \frac{1}{\alpha} \operatorname{arctg} \left(\frac{x + \beta}{\alpha} \right) + k.$
c)	$\int \frac{mu + n}{1 + u^2} du = \frac{m}{2} \ln(1 + u^2) + n \operatorname{arctg} u + k.$

8. Encontre as primitivas (pelo método das frações parciais):

a)	$\int \frac{1}{(x-1)(x+1)} dx$	h)	$\int \frac{x-3}{(x-1)^2(x+2)^2} dx$
b)	$\int \frac{2x+3}{x(x-2)} dx$	i)	$\int \frac{x+1}{x(x-2)(x+3)^2} dx$
c)	$\int \frac{x}{(x^2-4)} dx$	j)	$\int \frac{x^4+x+1}{x^3-x} dx$
d)	$\int \frac{5x-3}{x^2-3x+2} dx$	k)	$\int \frac{x^2+1}{(x-2)^3} dx$
e)	$\int \frac{x+1}{x^2-x-2} dx$	l)	$\int \frac{x^3+4x^2+6x+1}{x^3+x^2+x-3} dx$
f)	$\int \frac{1}{x^2+4x+3} dx$	m)	$\int \frac{x^4+2x^3-8x+4}{x^3-8} dx$
g)	$\int \frac{1}{x^2+x+1} dx$		