Lista 2 – Mat. Administração e Contabilidade

April 11, 2016

1. (a) $x - 1 \geq 0$, logo $x \geq 1$ e portanto $dom(f) = [1, \infty)$.
   (b) $2x + 1 \geq 0$, logo $x \geq -\dfrac{1}{2}$ e portanto $dom(f) = [\frac{1}{2}, \infty)$.
   (c) $x^2 - 1 \geq 0$, logo $(x-1)(x+1) \geq 0$ e portanto $dom(f) = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$.
   (d) Notemos que $x^2 - 2x + 1 = 0$ quando $x = 1$, ento $dom(f) = \mathbb{R} - \{1\}$
   (e) Notemos duas coisas, a primeira que para que faça sentido o denominador precisamos que $x \geq -100$ e a segunda que $x^2 - 10x + 16 = 0$ quando $x = 2, 8$, portanto

   $$dom(f) = [-100, \infty) - \{2, 8\}$$

   (f) $dom(g) = \mathbb{R} - \{-2\}$
   (g) $dom(f) = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$
   (h) $dom(f) = \mathbb{R} - \left\{-5, \dfrac{5+\sqrt{13}}{2}, \dfrac{5-\sqrt{13}}{2}\right\}$
   (i) Notemos que precisamos

   $$\frac{x+1}{x-1} \geq 0$$

   logo

   $$x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$$

   Mas precisamos também

   $$x - 1 \neq 0$$

   portanto

   $$dom(f) = (-\infty, -1] \cup (1, \infty)$$

   (j) Note que

   $$dom(f) = (1, \infty)$$

   (k) $dom(f) = [0, 4]$
   (l)
   (m)
   (n) $domf = \mathbb{R}$

(o) $dom f = \mathbb{R}$

(p) $dom f = \mathbb{R}$

(q) $dom f = \mathbb{R}$

(r) $dom f = \mathbb{R}$

(s) $dom f = \mathbb{R}$

(t) Reparemos que aqui precisamos que $x + 1 > 0$, logo $dom f = (-1, \infty)$

(u) Reparemos que aqui precisamos que $x^5 > 0$, logo $dom f = (0, \infty)$

(v) Reparemos que aqui precisamos que $|x| > 0$, logo $dom f = \mathbb{R} - \{0\}$

(w) Reparemos que aqui precisamos que $x > 0$, logo $dom f = (0, \infty)$

(x) Reparemos que aqui precisamos que $\dfrac{1}{x} > 0$, logo $dom f = (0, \infty)$

2. (a) O conjunto solução é $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (3, \infty)$.

(b) O conjunto solução é $(-\infty, 3)$.

(c) Note que conjunto solução de

$$\frac{2x-1}{x-3} < 5$$

é igual ao conjunto solução de

$$\frac{2x-1}{x-3} - 5 < 0$$

Ou seja, basta calcular o o conjunto solução de

$$\frac{-3x+14}{x-3} < 0$$

Assim, o conjunto soluç ão é $(-\infty, 3) \cup (\frac{14}{3}, \infty)$.

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

(i) Lembrar que $|2x - 1| < 3$ é por definição

$$-3 < 2x - 1 < 3$$

Assim que tem-se que calcular o conjunto solução de

$$-3 < 2x - 1$$

e também o conjunto solução de

$$2x - 1 < 3$$

O conjunto solução de $-3 < 2x - 1$ é $(-1, \infty)$ e o conjunto solução de $2x - 1 < 3$ é $(-\infty, 2)$, portanto o conjunto solução de $|2x - 1| < 3$ é

$$(-1, \infty) \cap (-\infty, 2) = (-1, 2).$$

(j) Não tem solução.

(k)

(l)

(m) Lembrar que $|2x-3| > 3$ é por definição

$$2x - 3 > 3 \text{ ou } 2x - 3 < -3$$

Assim que tem-se que calcular o conjunto solução de cada inequação.
O conjunto solução de $2x - 3 > 3$ é $(3, \infty)$ e o conjunto solução de $2x - 3 < -3$ é $(-\infty, 0)$, portanto o conjunto solução de $|2x - 3| > 3$ é

$$(3, \infty) \cup (-\infty, 0) = \mathbb{R} - [0, 3].$$

(n) Basta resolver a inequação

$$\left|\frac{x+1}{2x-1}\right| = \frac{|x+1|}{|2x-1|} < 1$$

pois claramente se $|2x - 1| = 0$ a inequação não tem solção.

(o)

(p)

3. (a)

$$2^x \leq 1$$
$$\log_2(2^x) \leq \log_2(1)$$
$$x \leq 0$$

(b) O conjunto solução é $\mathbb{R}$ pois a imagem da função

$$f(x) = 2^{x^3 - 7x + 1}$$

é sempre positiva.

(c)

$$2^x \geq 3^x$$
$$\frac{2^x}{3^x} \geq 1, \quad \text{pois} \quad 3^x > 0$$
$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \geq 1$$
$$\log_{\frac{2}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \log_{\frac{2}{3}}(1), \quad \text{pois} \quad 0 < \frac{2}{3} < 1$$
$$x \leq 0$$

(d)

(e)

$$5^{|x|+1} < 125$$
$$5^{|x|+1} < 5^3$$
$$\log_5\left(5^{|x|+1}\right) < \log_5(5^3)$$
$$|x| + 1 < 3$$
$$|x| < 2$$
$$-2 < x < 2$$

(f)

$$|2^x - 16| \leq 16$$
$$-16 \leq 2^x - 16 \leq 16$$
$$0 \leq 2^x \leq 32$$

A desigualdade da esquerda vale para qualquer $x \in \mathbb{R}$, entã basta resolver

$$2^x \leq 32$$
$$2^x \leq 2^5$$
$$\log_2(2^x) \leq \log_2\left(2^5\right)$$
$$x \leq 5$$

(g)

(h)

(i)

(j)

$$\log_{10}(2x) \leq 2\log_{10}(x)$$
$$\log_{10}(2x) \leq \log_{10}(x^2)$$
$$10^{\log_{10}(2x)} \leq 10^{\log_{10}(x^2)}$$
$$2x \leq x^2$$

Portanto basta resolver

$$x^2 - 2x \geq 0$$

(k)

$$\log_7(x) + \log_{49}(x) > 0$$
$$\log_7(x) + \frac{\log_7(x)}{\log_7(49)} > 0$$
$$\log_7(x) + \frac{\log_7(x)}{\log_7(7^2)} > 0$$
$$\log_7(x) + \frac{\log_7(x)}{2} > 0$$

$$\frac{3\log_7(x)}{2} > 0$$
$$\log_7(x) > 0$$
$$x > 1$$

(l)

(m)

(n)