Cálculo II — Lista 2.

1. Esboce o traço das seguintes curvas em $\mathbb{R}^2$:

   (a) $\gamma(t) = (t, t)$;
   (b) $\gamma(t) = (\operatorname{sen} t, \operatorname{sen} t)$;
   (c) $\gamma(t) = (t, t^2)$;
   (d) $\gamma(t) = (t^2, t)$;
   (e) $\gamma(t) = (\operatorname{sen} t, \operatorname{sen}^2 t)$;
   (f) $\gamma(t) = (\sec t, \operatorname{tg} t), \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$.
   (g) $\gamma(t) = (t+1, 2t-3)$;
   (h) $\gamma(t) = (t, \operatorname{sen} t),\ -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$;
   (i) $\gamma(t) = (\operatorname{sen} t, t),\ -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$;
   (j) $\gamma(t) = (2\cos t, 2\operatorname{sen} t)$;
   (k) $\gamma(t) = (3\cos t, 2\operatorname{sen} t)$;
   (l) $\gamma(t) = (t\cos t, t\operatorname{sen} t),\ t \geq 0$;
   (m) $\gamma(t) = (\mathrm{e}^t\cos t, \mathrm{e}^t\operatorname{sen} t),\ t \geq 0$;
   (n) $\gamma(t) = (\mathrm{e}^{-t}\cos t, \mathrm{e}^{-t}\operatorname{sen} t),\ t \geq 0$.

2. Esboce o traço das seguintes curvas em $\mathbb{R}^3$:

   (a) $\gamma(t) = (1, 1, t),\ t \geq 0$;
   (b) $\gamma(t) = (t, 1, 1),\ t \geq 0$;
   (c) $\gamma(t) = (t, t, 1),\ t \geq 0$;
   (d) $\gamma(t) = (t, t^2, 2),\ t \geq 0$;
   (e) $\gamma(t) = (3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 7)$;
   (f) $\gamma(t) = (3\cos t, 1, 2\operatorname{sen} t)$;
   (g) $\gamma(t) = (3\cos t, 3\operatorname{sen} t, t),\ t \geq 0$;
   (h) $\gamma(t) = (t\cos t, t\operatorname{sen} t, t),\ t \geq 0$;

3. Esboce a curva C e encontre uma parametrização para C, nos casos:

   (a) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ x^2 + y^2 = 4, \quad y \geq -x,\ y \geq x\}$.
   (b) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ xy = 1,\ x < 0,\ y > -10\}$.
   (c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1,\ y < 0\}$.
   (d) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ d((x, y), r) = d((x, y), P)\}$, sendo $P = (0, 3)$ e r, a reta $y = 4$.
   (e) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ d((x, y), P) + d((x, y), Q) = 10\}$, sendo $P = (2, 0)$ e $Q = (-2, 0)$.
   (f) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ |d((x, y), P) - d((x, y), Q)| = 1, x > 0\}$, sendo $P = (2, 0)$ e $Q = (-2, 0)$.

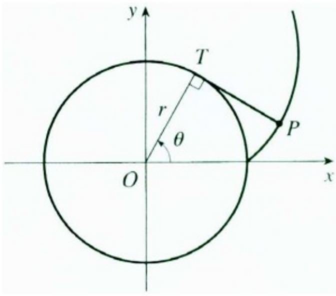
4. Determine uma parametrização para a curva intersecção do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ com o plano $z = y$. Determine a reta tangente a esta curva no ponto $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2})$.

5. Determine uma parametrização para a curva intersecção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ com o plano $z = y$. Determine a reta tangente a essa curva no ponto $(1, \frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2})$.

6. Determine a reta tangente a curva $\gamma(t) = (\operatorname{sen} t, \operatorname{sen} t, \sqrt{2}\cos t),\ 0 \leq t \leq 2\pi$, no ponto $\gamma(\frac{\pi}{6})$. Esboce o traço da curva.

7*. Um barbante é enrolado ao redor de um círculo e entao desenrolado, sendo mantido esticado. A curva traçada pelo ponto P no final do barbante e chamada de ínvoluta do círculo. Se o círculo tiver raio r e centro O, a posição inicial de P for $(r, 0)$, e se o parametro θ for escolhido como na figura, mostre que as equações parametricas da involuta são:

$$x = r(\cos\theta + \theta\operatorname{sen}\theta), \qquad y = r(\operatorname{sen}\theta - \theta\cos\theta)$$



y
T
r
P
θ
O
x