Cálculo II – Lista 1

1. São dados $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{c}$ e $\overrightarrow{BQ} = \frac{4}{5}\overrightarrow{a}$. Escreva $\overrightarrow{PQ}$ em função de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ e $\overrightarrow{c}$.

2. Dados os vetores $\overrightarrow{u} = (3, 1, -2)$ e $\overrightarrow{v} = (1, 0, -1)$, calcule:

   $(a)\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ $\quad (b)2\overrightarrow{u}$ $\quad (c)\dfrac{\overrightarrow{v}}{3}$

   $(d)4\overrightarrow{v} - \overrightarrow{u}$ $\quad (e)\dfrac{\overrightarrow{u}}{|\overrightarrow{v}|} + \dfrac{\overrightarrow{v}}{|\overrightarrow{u}|}$ $\quad (f)\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$

   $(g)\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}$ $\quad (h)(3\overrightarrow{v} - \overrightarrow{u}) \cdot \dfrac{\overrightarrow{u}}{5}$ $\quad (i)\sqrt{\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{u}} + |\overrightarrow{u}|$

3. Dados $\overrightarrow{u} = (1, 2, -1)$ e $\overrightarrow{v} = (1, 3, -2)$, determine um vetor $\overrightarrow{a}$, ortogonal a $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$, de modulo 3, que forma um ngulo obtuso com $\overrightarrow{k} = (0, 0, 1)$.

4. Considere o vetor $\overrightarrow{u} = (-1, 2, 0)$ e o ponto $A = (0, 2, -3)$. Determine $B \in \mathbb{R}^2$ tal que

   $(a)\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$ $\quad (b)\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{u}$ $\quad (c)\overrightarrow{AB} = \dfrac{\overrightarrow{u}}{4}$ $\quad (d)\dfrac{\overrightarrow{AB}}{4} = \overrightarrow{u}$

5. Sejam A, B pontos de $\mathbb{R}^3$, dados por $A = (a_1, a_2, a_3)$, $B = (b_1, b_2, b_3)$.
   (a) Determine o ponto médio do segmento $\overline{AB}$.
   (b) Determine uma equação para a reta determinada por A e B.
   (c) Determine uma equação para os pontos do segmento $\overline{AB}$.

6. Sejam $A = (1, 1, -2)$ e $\overrightarrow{v} = (4, 0, 1)$. Considere a reta r que passa pelo ponto A e tem a direção do vetor $\overrightarrow{v}$.
   (a) Determine três pontos diferentes da reta r.
   (b) Apresente duas equações diferentes para a reta r.
   (c) O ponto $(-2, 1, -\dfrac{11}{4})$ pertence à reta r ? E o ponto $(0, 0, 1)$?

7. Dados os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, verifique se um deles é combinação linear dos outros dois, em cada um dos seguintes casos:

(a)	$\vec{u} = \vec{i} = (1,0,0)$	$\vec{v} = \vec{j} = (0,1,0)$	$\vec{w} = \vec{k} = (0,0,1)$
(b)	$\vec{u} = (2,0,0)$	$\vec{v} = (-1,0,0)$	$\vec{w} = (3,1,4)$
(c)	$\vec{u} = (0,0,0)$	$\vec{v} = (1,2,3)$	$\vec{w} = (3,-1,-5)$
(d)	$\vec{u} = (1,-2,1)$	$\vec{v} = (2,1,3)$	$\vec{w} = (1,8,3)$

8. Sejam $A = (2,1,3)$, $\vec{u} = (1,1,-2)$, $\vec{v} = (0,4,-1)$.

   (a) Determine uma equação vetorial para o plano π determinado pelo ponto A e pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

   (b) Determine uma equação geral para este plano π.

   (c) Determine um vetor perpendicular ao plano π.

   (d) Determine a reta que passa pelo ponto $(4,4,9)$ e é perpendicular ao plano π.

9. Seja π o plano dado pela equação $3x - 2y + z + 7 = 0$, e considere o ponto $A = (1,1,1)$.

   (a) Verifique que o ponto A não pertence ao plano π.

   (b) Determine a reta r que passa pelo ponto A e é perpendicular ao plano π.

   (c) Determine a interseção da reta r com o plano π.

   (d) Determine o plano que passa por A e é paralelo ao plano π.

10. Considere os planos α e β, dados respectivamente pelas equações:

    $$\begin{cases} \alpha: & 3x + y - 2z - 2 = 0 \\ \beta: & x + 4y - 8z + 3 = 0 \end{cases}$$

    Verifique que α e β não são planos paralelos nem coincidentes.
    Determine a reta r interseção de α e β.

11. Considere os planos α e β, dados respectivamente por

    $$\begin{cases} \alpha: & x + 2y - 3z + 7 = 0 \\ \beta: & 2x + 4y - 6z + 7 = 0 \end{cases}$$

    Tais planos são coincidentes, paralelos ou concorrentes ? Justifique.

12. Seja r a reta determinada pelos pontos $A = (1,2,0)$ e $B = (-1,-k,3)$ e γ o plano da equação

    $$\gamma : kx - y + 2z - m = 0.$$

    (a) Para que valores de k e m a reta r é paralela a γ?

    (b) Para que valores de k e m a reta está contida em γ?