Gabaritos — Lista II — MAT0147

1. (a) O traço da curva é o gráfico da reta bissetriz $y = x$
   (b) O traço da curva é o pedaço do gráfico da reta bissetriz $y = x$ com $-1 \geq x \geq 1$
   (c) O traço da curva é o gráficoda da parabola $y = x^2$.
   (d) O traço da curva é o gráfico da raiz quadrada $x = y^2$.
   (e) O traço da curva é o pedaço do gráfico da parabola $y = x^2$, com $y \leq 1$.
   (f) O traço da curva é o pedaço do gráfico da hiperbole $x^2 - y^2 = 1$, com $x > 0$.
   (g) O traço da curva é o gráfico da função linear $y = 2x - 5$.
2. (a) Semi-reta com origem em $(1;1;0)$ e paralela ao eixo Oz.
   (b) Semi-reta com origem $(0;1;1)$ e paralela ao eixo Ox.
   (c) Semi-reta com origem $(0;0;1)$ e paralela a bissetriz do plano $z = 0$.
   (e) Circunferência de raio 3 e centrada no ponto $(0;0;7)$.
   (f) Elipse em plano $y = 1$ com parâmetros $a = 3$ e $b = 2$ e centro $(0;1;0)$.
3. (c) Uma possível parametrização seria

$$x = 2\,\mathrm{tg}(t), y = 3\sec(t)$$

   onde $\frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2}$.

6. A derivada da curva $\gamma(t) = (\mathrm{sen}\, t; \mathrm{sen}\, t; \sqrt{2}\cos t)$ é dada por

$$\gamma'(t) = (\cos t; \cos t; \sqrt{2}\,\mathrm{sen}\, t)$$

   Em particular ,

$$\gamma'(\frac{\pi}{6}) = (\cos\frac{\pi}{6}; \cos\frac{\pi}{6}; \sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{6}).$$

   Ou seja

$$\gamma'(\frac{\pi}{6}) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}).$$

Assim, a equação da reta tangente

$$r:(x,y,z)=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{6}}{2})+(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})\cdot\lambda$$

7. No triângulo OTA

$$\operatorname{sen}\theta=\frac{AT}{OT}=\frac{AT}{R}\Rightarrow AT=R\cdot\operatorname{sen}\theta,$$

$$\cos\theta=\frac{OA}{OT}=\frac{OA}{R}\Rightarrow OA=R\cdot\cos\theta.$$

No triângulo TPC

$$\operatorname{sen}\theta=\frac{AP}{R\cdot\theta}\Rightarrow AP=R\cdot\theta\cdot\operatorname{sen}\theta,$$

$$\cos\theta=\frac{CT}{R\cdot\theta}\Rightarrow CT=R\cdot\theta\cdot\cos\theta.$$

Dessa forma, obtemos

$$x(\theta)=AP+OA=R\cdot\cos\theta+R\cdot\theta\cdot\operatorname{sen}\theta=R(\cos\theta+\theta\cdot\operatorname{sen}\theta),$$
$$y(\theta)=AT-CT=R\cdot\operatorname{sen}\theta-R\cdot\theta\cdot\cos\theta=R(\operatorname{sen}\theta-\theta\cdot\cos\theta).$$