

Álgebra I: Prova Sub

(Modelo B)

1. (2.0 pontos) Resolva

$$\begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{3} \\ 4x \equiv 1 \pmod{5} \\ 3x \equiv 2 \pmod{7} \end{cases} .$$

2. (2.0 pontos)

a) (1,0 ponto) Supponha $\text{mdc}(a, 35) = 1$. Mostre que $a^{48} \equiv 1 \pmod{35}$.

b) (1,0 ponto) Mostre que se n e 72 são primos entre si assim 72 divide $n^{25} - n$.

3. (2.0 pontos) Seja $n = pq^3$, com p e q primos distintos. Determine n , sabendo que:

(a) (1,0 ponto) $\varphi(n) = 18$;

(b) (1,0 ponto) $\varphi(n) = 600$.

4. (2.0 pontos)

Resolva em \mathbb{Z}_6 o sistema abaixo:

$$\begin{cases} \bar{3}x - y = \bar{1} \\ x - \bar{3}y = \bar{3}. \end{cases}$$

5. (2.0 pontos) Usando indução finita mostre que

$$3 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + \dots + 3 \cdot 5^n = \frac{3(5^{n+1} - 1)}{4},$$

para todos inteiros $n \geq 0$.